

UC | Chile

Termodinámica (FIS1523)

Factor de compresibilidad

Felipe Isaule
felipe.isaule@uc.cl

Miércoles 16 de Abril de 2025

Resumen clase anterior

- Enunciamos la **Ley de los gases ideales**, que proporciona la **ecuación de estado** de un **gas ideal**.

$$P\nu = RT, \quad PV = nR_u T.$$

- Definimos los **moles** para cuantificar la cantidad de sustancia.

$$m = nM.$$

Clase 13: Factor de compresibilidad

- Factor de compresibilidad.
- Cartas generalizadas.

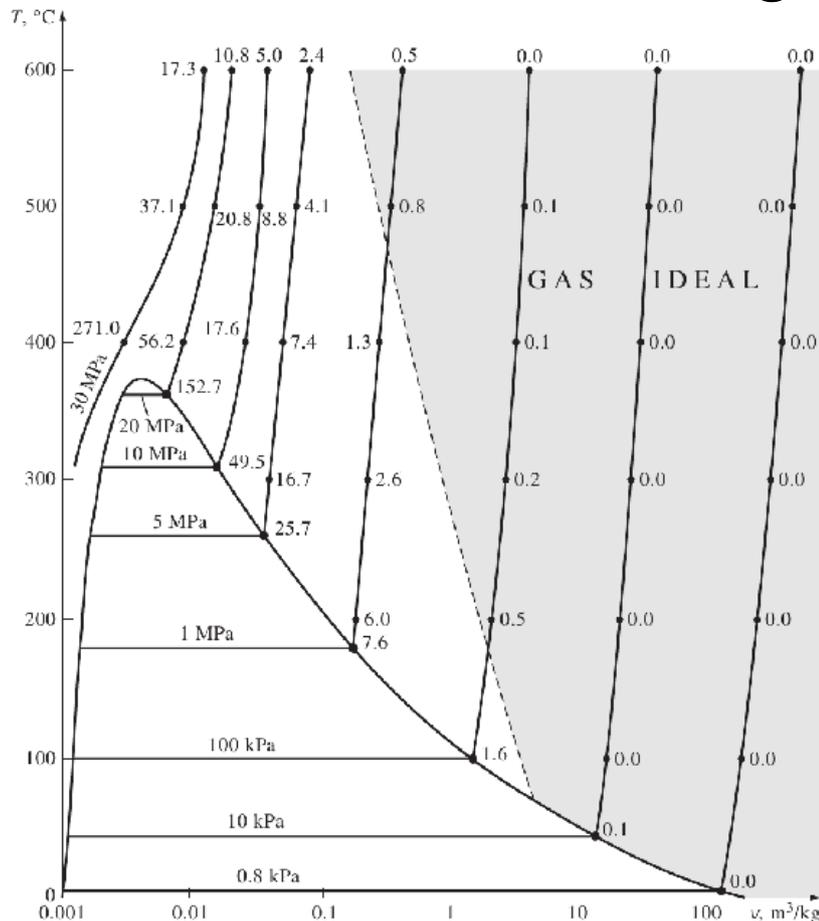
- Bibliografía recomendada:
 - Cengel (3.7).

Clase 13: Factor de compresibilidad

- **Factor de compresibilidad.**
- Cartas generalizadas.

Gases reales e ideales

- La ecuación de estado de un gas ideal es muy simple, por lo que resulta muy conveniente.
- Sin embargo, muchos **gases reales** generalmente **no pueden ser descritos** como un **gas ideal**.



- La **aproximación** de **gases ideales** es **válida** sólo a **altas temperaturas** y/o **bajas presiones**.

Porcentaje de error
 $([v_{\text{tabla}} - v_{\text{ideal}}]/v_{\text{tabla}}) \times 100$ en que se incurre al suponer que el vapor es un gas ideal, y la región donde el vapor se puede tratar como un gas ideal con un porcentaje de error menor a 1 por ciento.

Factor de compresibilidad

- Una manera de **cuantificar la desviación** de un gas real con respecto a un **gas ideal** es por medio del **factor de compresibilidad** Z ,

$$Z = \frac{P\nu}{RT}.$$

- De manera equivalente,

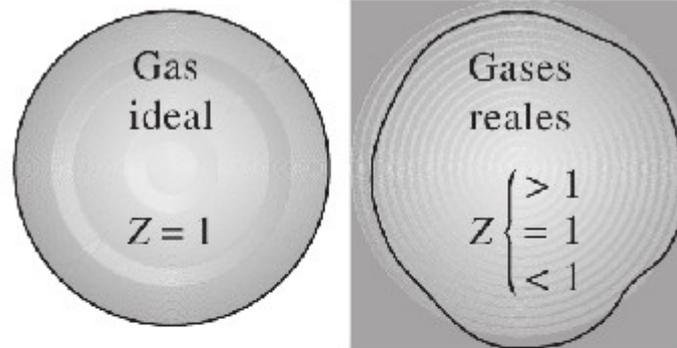
$$Z = \frac{\nu_{\text{actual}}}{\nu_{\text{ideal}}},$$

donde

$$\nu_{\text{ideal}} = RT/P.$$

Factor de compresibilidad

- Para el caso de un **gas ideal**, se tiene que $Z=1$.
- Por otra parte, **gases no ideales** toman valores **distintos de uno**.



El factor de compresibilidad es la unidad para los gases ideales.

Factor de compresibilidad

- El factor de compresibilidad se puede interpretar como si la ecuación de gases ideales necesitara un ajuste.
- Para calcular Z se fijan la temperatura y la presión, por tanto **se comparan los volúmenes específicos**.
- Nos dice qué tan diferente sería el volumen del gas real si es que fuese un gas ideal.
 - Por esto se llama factor de compresibilidad.

Factor de compresibilidad

- En un **gas real** las **interacciones** entre partículas **no se pueden despreciar**.
- Si **interacciones repulsivas** dominan, el gas tiende a ocupar **mayor volumen** y por tanto $Z > 1$.
 - Gas difícil de comprimir.
- Si **interacciones atractivas** dominan, el gas tiende a ocupar **menor volumen** y por tanto $Z < 1$.
 - Gas fácil de comprimir.

Clase 13: Factor de compresibilidad

- Factor de compresibilidad.
- **Cartas generalizadas.**

Presión y temperatura reducida

- Distintas sustancias se comportan de manera distinta a iguales temperaturas y presiones.
- Sin embargo, **distintas sustancias sí se comportan de manera similar si normalizamos la temperatura y presión.**
- Esta normalización corresponde a la **presión reducida** P_R y **temperatura reducida** T_R ,

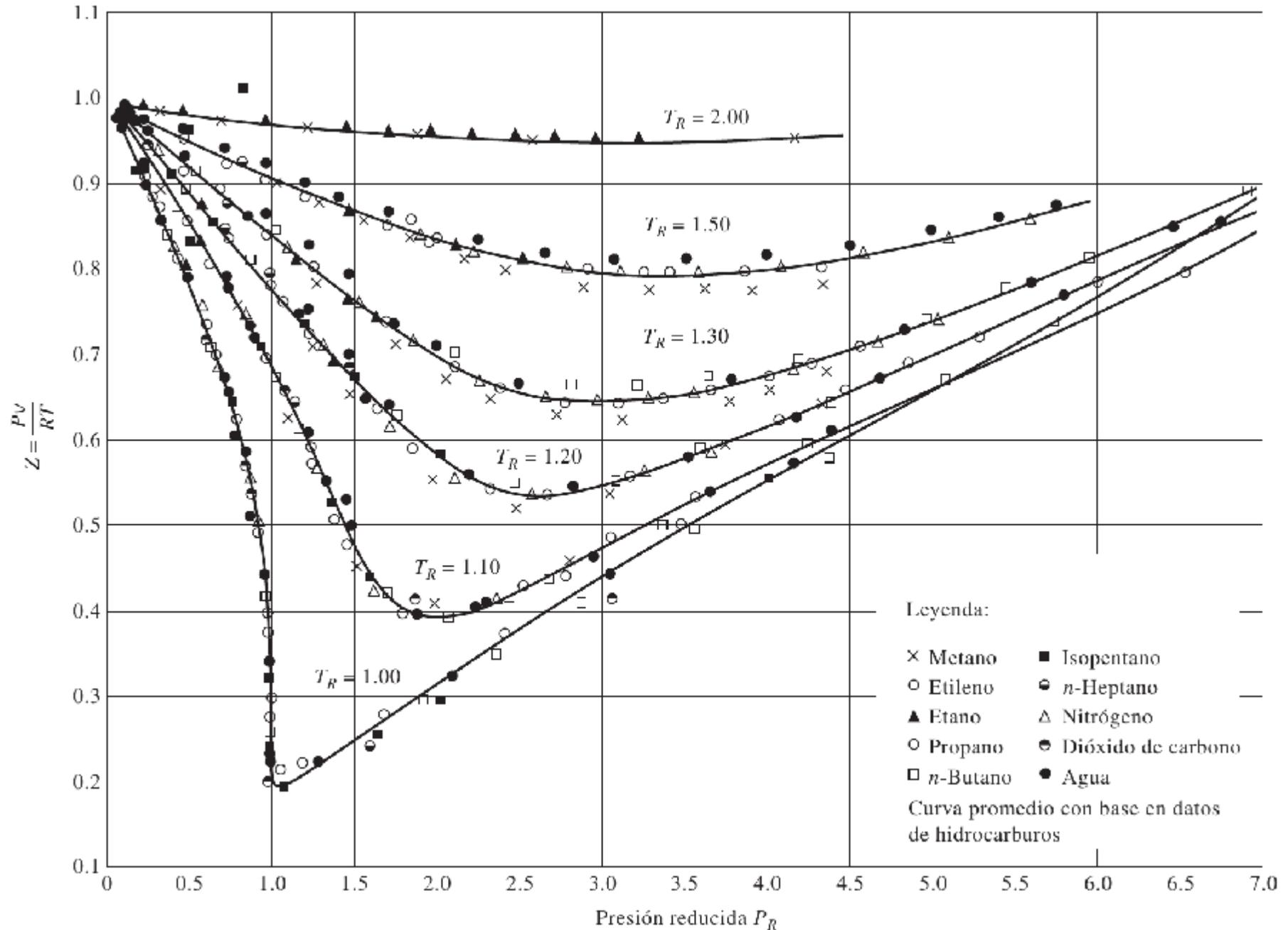
$$P_R = \frac{P}{P_{cr}}, \quad T_R = \frac{T}{T_{cr}}.$$

- El factor de compresibilidad es aproximadamente igual para distintas sustancias con misma presión y temperatura reducida.
- Notar que la presión y temperatura reducida son adimensionales.

Principio de estados correspondientes

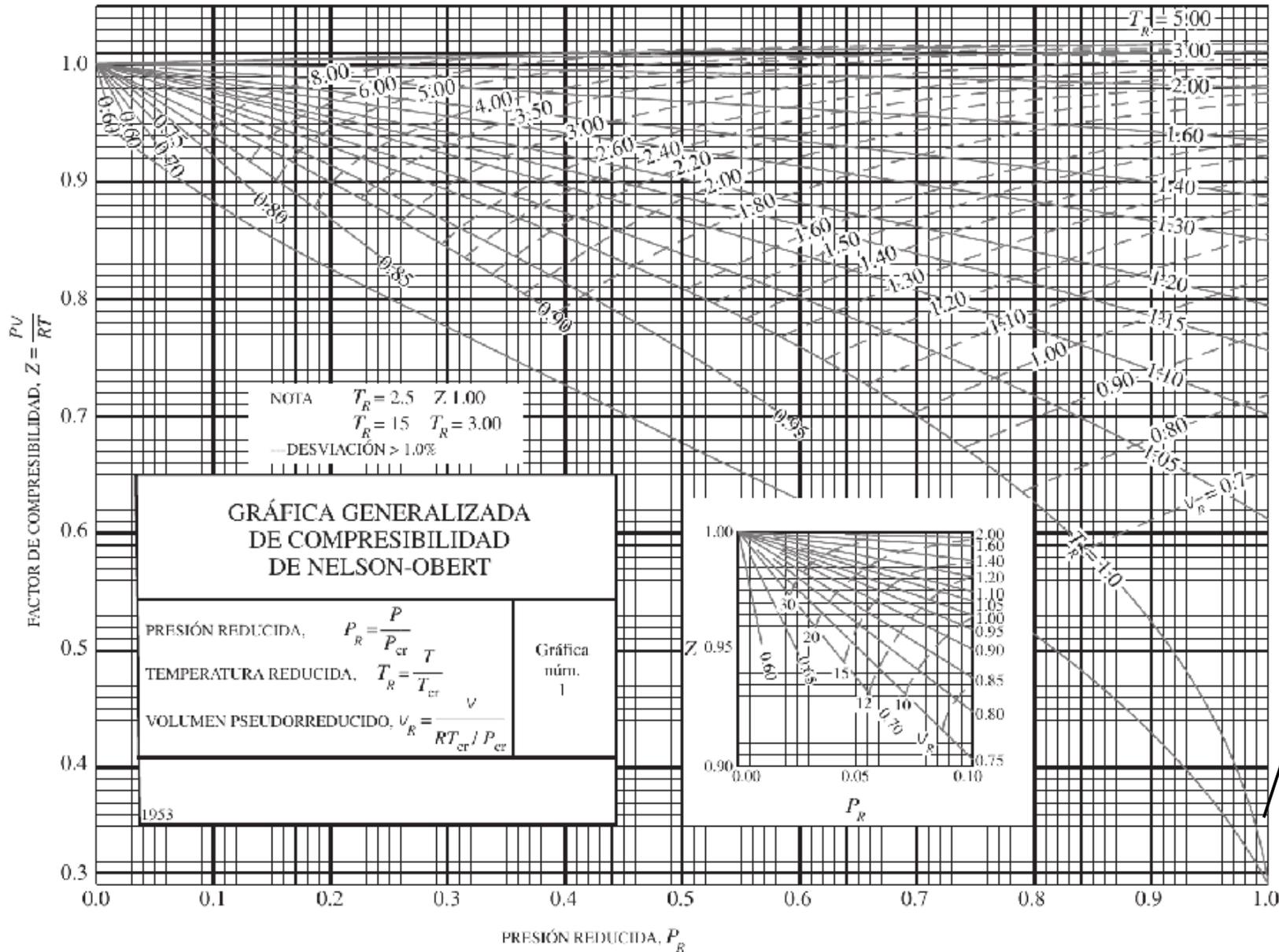
- El **factor de compresibilidad** es aproximadamente igual para **distintas sustancias** con **misma presión y temperatura reducida**.
- Esto se conoce como **principio de estados correspondientes**.
- Al ajustar los datos de distintas sustancias a sus propiedades reducidas se obtiene la **carta de compresibilidad generalizada**.

Principio de estados correspondientes



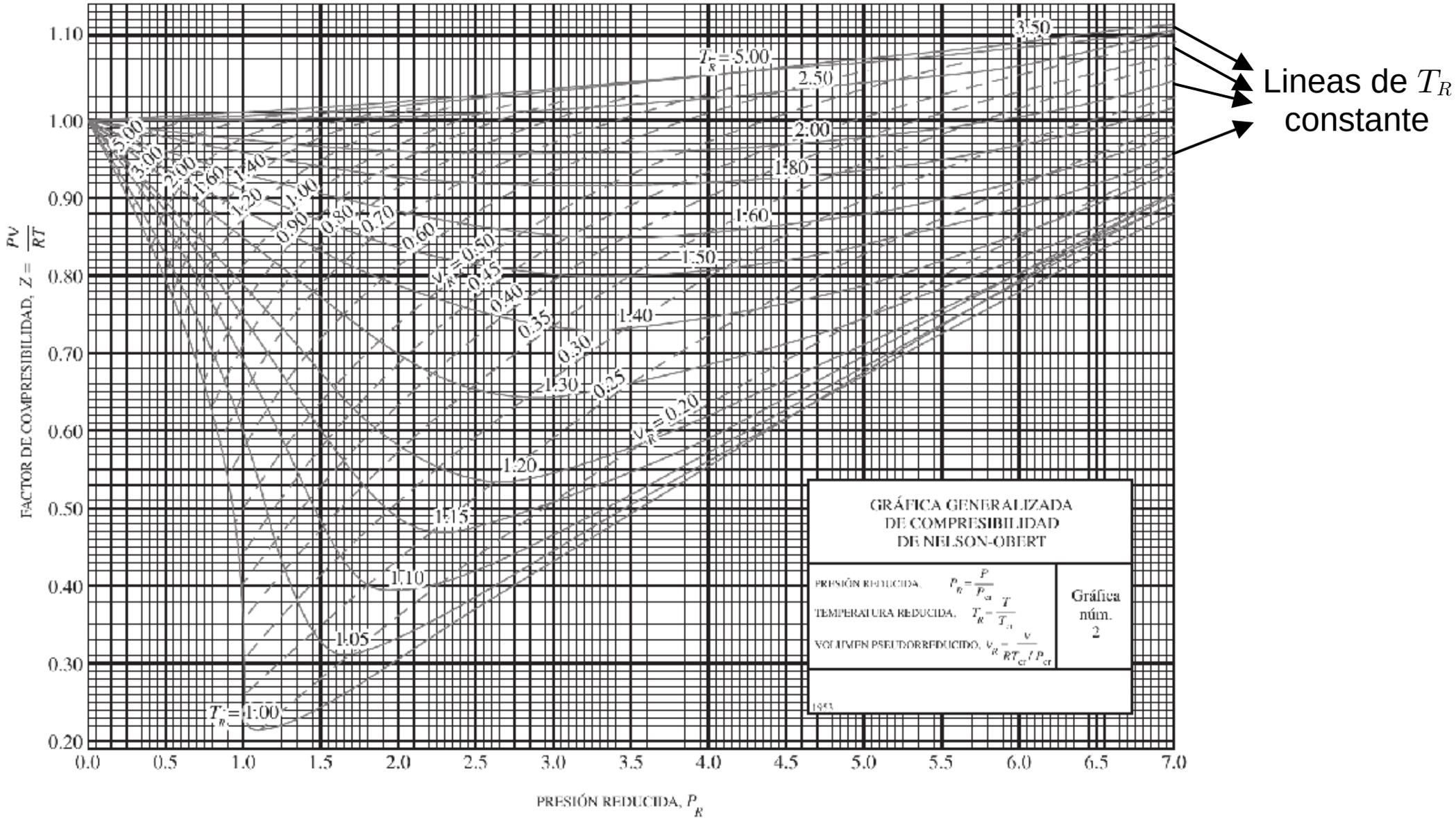
Carta de compresibilidad generalizada

Presiones bajas, $0 < P_R < 1.0$



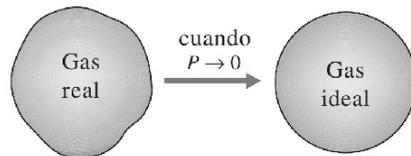
Carta de compresibilidad generalizada

b) Presiones medias, $0 < P_R < 7$

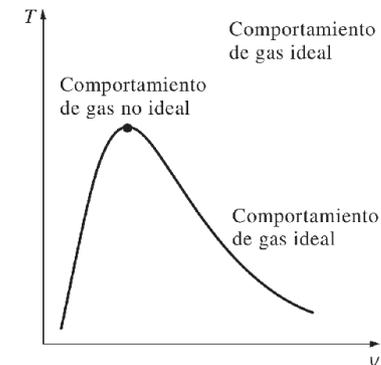


Carta de compresibilidad generalizada

- De la carta de compresibilidad podemos concluir lo siguiente:
 - A **presiones reducidas muy bajas** ($P_R \ll 1$), los gases se comportan como **gas ideal independiente de su temperatura**.
 - A **temperaturas reducidas altas** ($T_R \gg 1$), es posible suponer con buena precisión el comportamiento de **gas ideal**, independientemente de la presión (excepto cuando $P_R \gg 1$).
 - La **desviación** de un gas respecto al comportamiento de **gas ideal es mayor cerca del punto crítico**.



A muy bajas presiones, los gases se aproximan al comportamiento ideal (sin importar su temperatura).



Los gases se desvían del comportamiento de gas ideal principalmente cuando están cercanos al punto crítico.

Ejemplo 1:

- El refrigerante **134a** tiene **valores críticos** de $P_{cr}=4.059$ Mpa y $T_{cr}=374.2$ K, además de una **constante del gas** de $R=0.0815$ kPa m³/kg°K. Determine el **volumen específico** del refrigerante a **1 MPa** y **50 °C**, con
 - La ecuación de estado de **gas ideal**.
 - La carta de **compresibilidad generalizada**.
 - **Compare** los valores obtenidos para el **valor real de 0.021796 m³/kg** y determine el **error** en cada caso.

Ejemplo 1:

- El refrigerante **134a** tiene **valores críticos** de $P_{cr}=4.059$ Mpa y $T_{cr}=374.2$ K, además de una **constante del gas** de $R=0.0815$ kPa m³/kg°K. Determine el **volumen específico** del refrigerante a **1 MPa** y **50 °C**, con
→ La ecuación de estado de **gas ideal**.

De la Ley de gases ideales:

$$\nu = \frac{RT}{P} = \frac{0.0815 \text{ kPa m}^3/\text{kg } ^\circ\text{K} (273 + 50) ^\circ\text{K}}{1000 \text{ kPa}}$$

$$\longrightarrow \boxed{\nu = 0.02632 \text{ m}^3/\text{kg}}$$

Ejemplo 1:

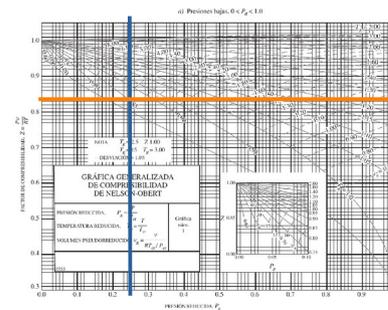
- El refrigerante 134a tiene valores críticos de $P_{cr}=4.059$ MPa y $T_{cr}=374.2$ K, además de una constante del gas de $R=0.0815$ kPa m³/kg°K. Determine el volumen específico del refrigerante a 1 MPa y 50 °C, con
→ La carta de **compresibilidad generalizada**.

Primero necesitamos las propiedades reducidas:

$$P_R = \frac{P}{P_{cr}} = \frac{1 \text{ MPa}}{4.059 \text{ MPa}} = 0.2464$$

$$T_R = \frac{T}{T_{cr}} = \frac{(273 + 50)^\circ\text{K}}{374.2^\circ\text{K}} = 0.863$$

De la carta generalizada (revisar Cengel!):



$$Z = 0.84$$

Entonces:

$$\nu = Z\nu_{\text{ideal}} = 0.84 \times 0.02632 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$\longrightarrow \boxed{\nu = 0.0221 \text{ m}^3/\text{kg}}$$

Tarea: Resolver utilizando $Z = \frac{P\nu}{RT}$.

Ejemplo 1:

- El refrigerante 134a tiene valores críticos de $P_{cr}=4.059$ Mpa y $T_{cr}=374.2$ K, además de una constante del gas de $R=0.0815$ kPa m³/kg°K. Determine el **volumen específico** del refrigerante a **1 MPa** y **50 °C**, con
 - **Compare** los valores obtenidos para el **valor real de 0.021796 m³/kg** y determine el **error** en cada caso.

Calculamos los errores para cada caso:

$$\text{error}_{\text{ideal}} = \frac{0.02632 - 0.021796}{0.021796} \times 100 = 20.75\%$$

$$\text{error}_{\text{compr.}} = \frac{0.0221 - 0.021796}{0.021796} \times 100 = 1.39\%$$

El valor entregado usando el factor de compresibilidad es mucho más cercano al real.

Volumen específico pseudo-reducido

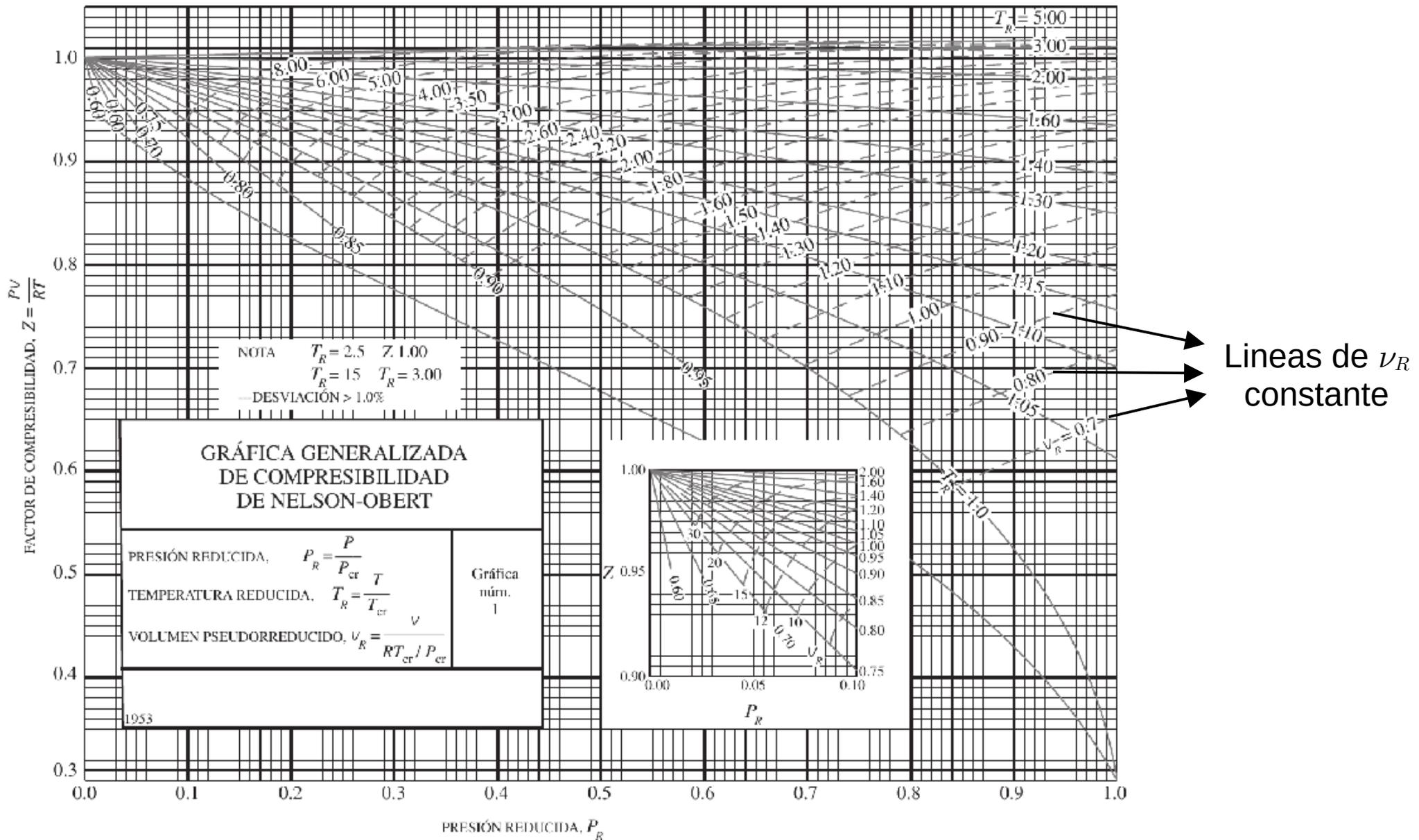
- En principio, si en vez de conocer T_R y P_R conocemos T_R y ν o P_R y ν y , debemos realizar un **procedimiento iterativo** en las cartas generalizadas para obtener el factor de compresibilidad.
- Una forma más directa es definiendo el **volúmen específico pseudo-reducido**:

$$\nu_R = \frac{\nu_{\text{actual}}}{RT_{\text{cr}}/P_{\text{cr}}}.$$

- **Lineas ν_R de constante** son a veces añadidas a las **cartas generalizadas**.

Carta de compresibilidad generalizada

Presiones bajas, $0 < P_R < 1.0$



Ejemplo 2:

- Se **calienta metano**, que estaba a **8 MPa** y **300 °K**, a **presión constante**, hasta que su **volumen aumenta** en un **50 por ciento**. Determine la **temperatura final**, usando la **ecuación del gas ideal** y el **factor de compresibilidad**. **¿Cuál** de estos dos resultados es el **más exacto**?

$$R = 0.5182 \text{ kPa}\cdot\text{m}^3/\text{kg}\cdot\text{K},$$

$$T_{\text{cr}} = 191.1 \text{ K},$$

$$P_{\text{cr}} = 4.64 \text{ MPa}$$

Ejemplo 2:

- Se **calienta metano**, que estaba a **8 MPa** y **300 °K**, a **presión constante**, hasta que su **volumen aumenta** en un **50 por ciento**. Determine la **temperatura final**, usando la **ecuación del gas ideal** y el **factor de compresibilidad**. ¿**Cuál** de estos dos resultados es el **más exacto**?

$$R = 0.5182 \text{ kPa}\cdot\text{m}^3/\text{kg}\cdot\text{K},$$

$$T_{\text{cr}} = 191.1 \text{ K},$$

$$P_{\text{cr}} = 4.64 \text{ MPa}$$

Utilizando la Ley de gases ideales:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \quad \longrightarrow \quad T_2 = T_1 \frac{V_2}{V_1} \quad \longrightarrow \quad \boxed{T_2 = 450^\circ\text{K}}$$
$$= 300^\circ\text{K} \frac{1.5V_1}{V_1}$$

Ejemplo 2:

- Se calienta metano, que estaba a **8 MPa** y **300 °K**, a **presión constante**, hasta que su **volumen aumenta** en un **50 por ciento**. Determine la **temperatura final**, usando la **ecuación del gas ideal** y el **factor de compresibilidad**. ¿Cuál de estos dos resultados es el **más exacto**?

$$R = 0.5182 \text{ kPa}\cdot\text{m}^3/\text{kg}\cdot\text{K},$$

$$T_{cr} = 191.1 \text{ K},$$

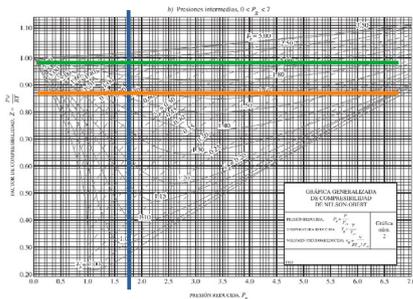
$$P_{cr} = 4.64 \text{ MPa}$$

Las propiedades reducidas iniciales:

$$P_{R,1} = \frac{P}{P_{cr}} = \frac{8 \text{ MPa}}{4.64 \text{ MPa}} = 1.724$$

$$T_{R,1} = \frac{T}{T_{cr}} = \frac{300^\circ\text{K}}{191.1^\circ\text{K}} = 1.570$$

De la carta generalizada (revisar Cengel!):



$$Z_1 = 0.88$$

$$\nu_{R,1} = 0.8$$

Las propiedades reducidas finales:

$$P_{R,2} = P_{R,1} = 1.724$$

$$\nu_{R,2} = 1.5\nu_{R,1} = 1.2$$

De la carta generalizada :

$$Z_2 = 0.975$$

Ejemplo 2:

- Se calienta metano, que estaba a 8 MPa y 300 °K, a presión constante, hasta que su volumen aumenta en un 50 por ciento. Determine la temperatura final, usando la ecuación del gas ideal y el factor de compresibilidad. ¿Cuál de estos dos resultados es el más exacto?

$$R = 0.5182 \text{ kPa}\cdot\text{m}^3/\text{kg}\cdot\text{K},$$

$$T_{\text{cr}} = 191.1 \text{ K},$$

$$P_{\text{cr}} = 4.64 \text{ MPa}$$

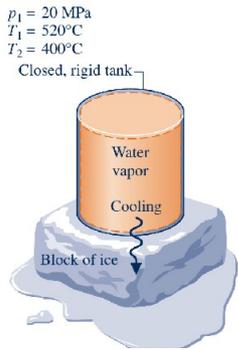
Entonces:

$$\begin{aligned} Z_2 = \frac{P_2 \nu_2}{RT_2} &\longrightarrow T_2 = \frac{P_2 \nu_2}{RZ_2} \\ &= \frac{P_2}{Z_2} \frac{\nu_{R,2} T_{\text{cr}}}{P_{\text{cr}}} \longleftarrow \nu_{R,2} = \frac{\nu_2}{RT_{\text{cr}}/P_{\text{cr}}} \\ &= \frac{8 \text{ MPa}}{0.975} \frac{1.2 \times 191.1^\circ\text{K}}{4.64 \text{ MPa}} \\ &\longrightarrow \boxed{T_2 = 406^\circ\text{K}} \end{aligned}$$

De lo visto anteriormente, sabemos que el segundo resultado es más preciso. De todos modos sigue siendo una aproximación. Además, hay errores debido a la lectura de la carta de compresibilidad.

Ejemplo 3:

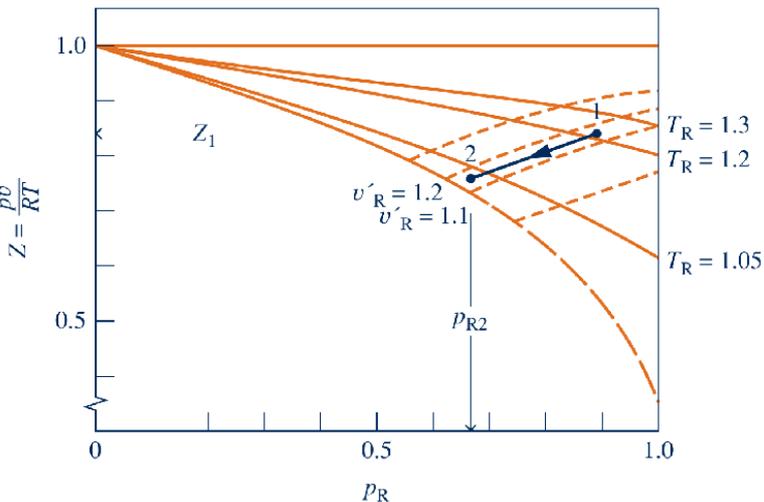
- Un tanque cerrado y rígido es llenado con **vapor de agua** a **20 MPa** y **520°C**. Si el tanque es **enfriado** hasta que llega a una **temperatura de 400°C**, usando la **carta de compresibilidad**, determine:
 - El volumen específico inicial del vapor de agua.
 - La presión en el estado final.



$$T_{\text{crit}} = 647.3^{\circ}\text{K}$$

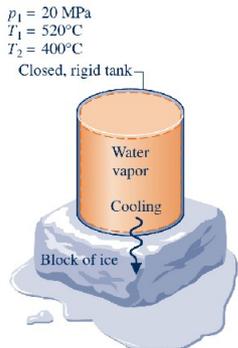
$$P_{\text{crit}} = 22.09 \text{ MPa}$$

$$M = 18.02 \text{ kg/mol}$$



Ejemplo 3:

- Un tanque cerrado y rígido es llenado con **vapor de agua** a **20 MPa** y **520°C**. Si el tanque es **enfriado** hasta que llega a una **temperatura de 400°C**, usando la **carta de compresibilidad**, determine:
 - El volumen específico inicial del vapor de agua.



$$T_{\text{crit}} = 647.3^\circ\text{K}$$

$$P_{\text{crit}} = 22.09 \text{ MPa}$$

$$M = 18.02 \text{ kg/kmol}$$

Primero, calculamos las propiedades reducidas iniciales:

$$P_{R,1} = \frac{P_1}{P_{\text{cr}}} = \frac{20 \text{ MPa}}{22.09 \text{ MPa}} = 0.91$$

$$T_{R,1} = \frac{T_1}{T_{\text{cr}}} = \frac{(273 + 520)^\circ\text{K}}{647.3^\circ\text{K}} = 1.23$$

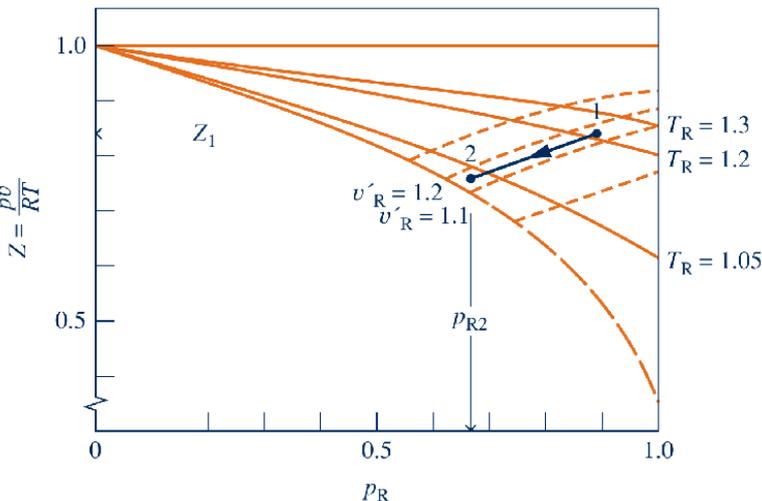
De la carta tenemos que:

$$Z \approx 0.83$$

$$Z = \frac{P\nu}{RT} \quad \longrightarrow \quad \nu = Z \frac{RT}{P} = Z \frac{R_u T}{MP}$$

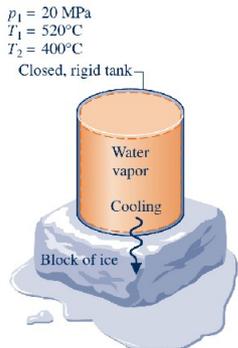
$$= 0.83 \frac{8314.47 \frac{\text{J}}{\text{kmol}^\circ\text{K}} 793^\circ\text{K}}{18.02 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}} 20 \times 10^6 \text{Pa}}$$

$$\longrightarrow \quad \boxed{\nu = 0.0152 \text{ m}^3/\text{kg}}$$



Ejemplo 3:

- Un tanque cerrado y rígido es llenado con **vapor de agua** a **20 MPa** y **520°C**. Si el tanque es **enfriado** hasta que llega a una **temperatura de 400°C**, usando la **carta de compresibilidad**, determine:
 - La presión en el estado final.



$$T_{\text{crit}} = 647.3^\circ\text{K}$$

$$P_{\text{crit}} = 22.09 \text{ MPa}$$

$$M = 18.02 \text{ kg/mol}$$

Es importante notar que durante el proceso, la masa (cantidad de sustancia) y volumen permanecen constantes.

Calculemos el volumen pseudo-reducido:

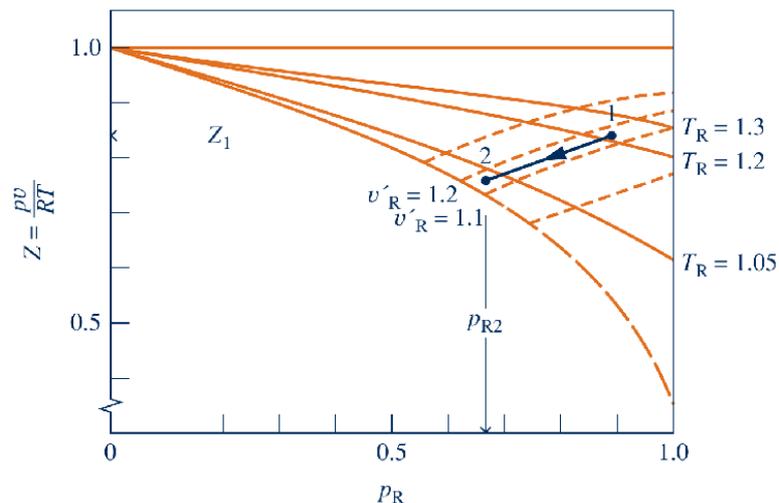
$$\nu_R = \frac{\nu}{RT_{\text{cr}}/P_{\text{cr}}} = \frac{\nu P_{\text{cr}} M}{R_u T_{\text{cr}}}$$

$$= \frac{0.0152 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}} 22.09 \times 10^6 \text{ Pa} 18.02 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}}{8314.47 \frac{\text{J}}{\text{kmol}^\circ\text{K}} 647.3^\circ\text{K}} = 1.12$$

Este se mantiene constante durante el proceso.

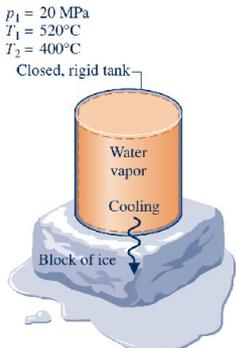
Ahora calculamos la nueva temperatura reducida:

$$T_{R,2} = \frac{T_2}{T_{\text{cr}}} = \frac{(273 + 400)^\circ\text{K}}{647.3^\circ\text{K}} = 1.04$$



Ejemplo 3:

- Un tanque cerrado y rígido es llenado con **vapor de agua** a **20 MPa** y **520°C**. Si el tanque es **enfriado** hasta que llega a una **temperatura de 400°C**, usando la **carta de compresibilidad**, determine:
 - La presión en el estado final.



$$T_{\text{crit}} = 647.3^\circ\text{K}$$

$$P_{\text{crit}} = 22.09 \text{ MPa}$$

$$M = 18.02 \text{ kg/mol}$$

De la carta tenemos que:

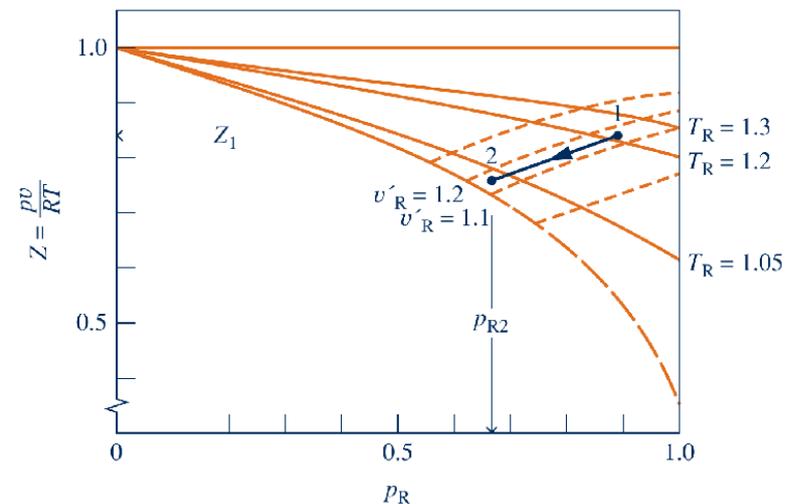
$$P_{R,2} \approx 0.69$$

Entonces:

$$P_{R,2} = \frac{P_2}{P_{\text{cr}}} \longrightarrow P_2 = P_{R,2} P_{\text{cr}}$$

$$= 0.69 \times 22.09 \text{ MPa}$$

$$P_2 = 15.24 \text{ MPa}$$



Resumen

- Definimos el **factor de compresibilidad** para cuantificar qué tan cercano es un gas real a un gas ideal.
- Definimos la **presión y temperatura reducida**.
- Enunciamos el **principio de estados correspondientes**, el que permite tener **cartas generalizadas** para describir gases reales a partir de la ecuación de gases ideales.