Termodinámica (FIS1523)

Ejemplos

Felipe Isaule
felipe.isaule@uc.cl

Miercoles 25 de Junio de 2025

Resumen entropía

- Desigualdad de Clausius:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0.$$

- Entropía:

$$dS = \left(\frac{\delta Q}{T}\right)_{\text{int rev}}, \qquad \Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \left(\frac{\delta Q}{T}\right)_{\text{int rev}}.$$

- Entropía generada:

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} + S_{\text{gen}}.$$

Resumen entropía

- Relaciones *Tds*:

$$Tds = du + Pd\nu,$$

$$Tds = dh - \nu dP.$$

- Cambio de entropía de un gas ideal:

$$\Delta s = c_{V,\mathrm{prom}} \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + R\ln\left(\frac{\nu_2}{\nu_1}\right),$$

$$\Delta s = c_{P,\mathrm{prom}} \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) - R\ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right).$$

- Relaciones isentrópicas de un gas ideal:

$$T\nu^{k-1} = \mathrm{cte.} \qquad TP^{\frac{1}{k}-1} = \mathrm{cte.} \qquad P\nu^{k} = \mathrm{cte.}$$

$$k = c_P/c_V$$

Resumen entropía

- Balance de entropía en un sistema cerrado:

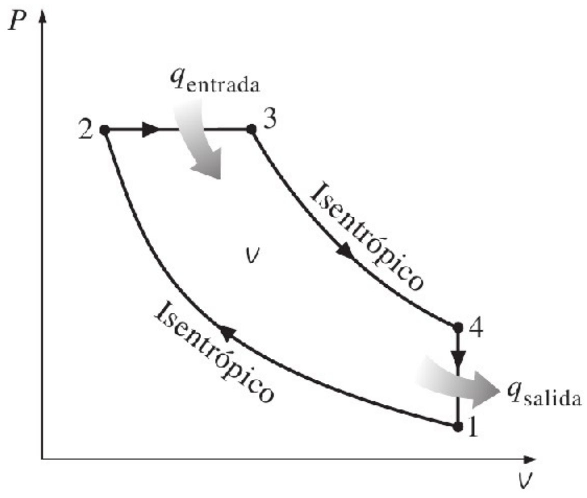
$$\sum_k \frac{Q_k}{T_k} + S_{\text{gen}} = \Delta S_{\text{sistema}} = S_2 - S_1.$$

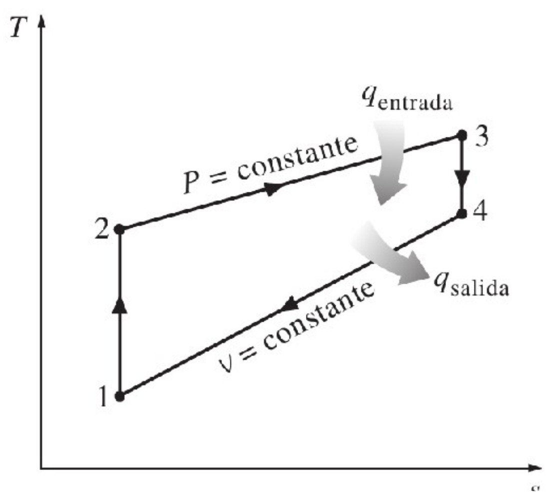
- Balance de entropía en un volumen de control:

$$\sum \frac{Q_k}{T_k} + \sum m_i s_i - \sum m_e s_e + S_{\text{gen}} = (S_2 - S_1)_{\text{CV}}.$$

Resumen ciclos de potencia

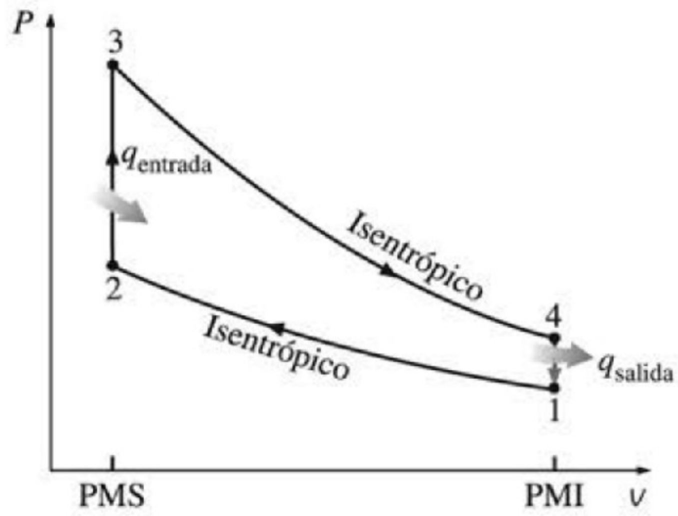
Ciclo de Diesel ideal

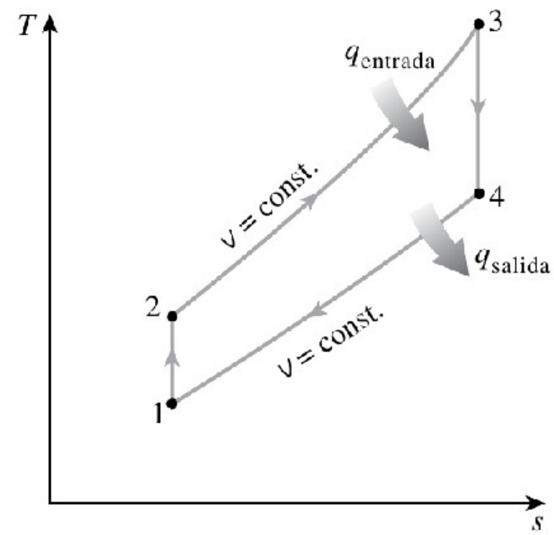




b) Diagrama T

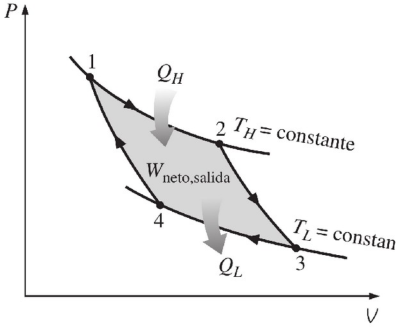
Ciclo de Otto ideal

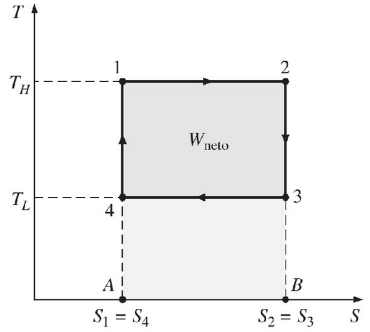




Ejemplo 1:

- Considere un **ciclo de Carnot** ejecutado en un **sistema cerrado** con **aire** como fluido de trabajo. La **presión máxima** en el ciclo es **800 kPa** y la **temperatura máxima** es **750 °K**. La **disminución de entropía** durante el proceso de **rechazo isotérmico de calor** es **0.25 kJ/kg°K** y la **producción neta de trabajo** es **100 kJ/kg** . Considerando que el aire es un **gas ideal** con ***R*=0.287 kJ/kg°K** and ***k*=1.4**, determine:
  - La **presión mínima** en el ciclo.
  - El **rechazo de calor** en el ciclo.
  - La **eficiencia** térmica del ciclo.



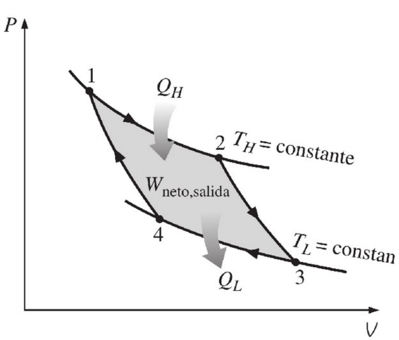


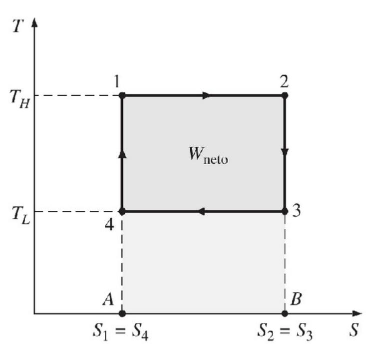
Ejemplo 1:

- Considere un **ciclo de Carnot** ejecutado en un **sistema cerrado** con **aire** como fluido de trabajo. La **presión máxima** en el ciclo es **800 kPa** y la **temperatura máxima** es **750 °K**. La **disminución de entropía** durante el proceso de **rechazo isotérmico de calor** es **0.25 kJ/kg°K** y la **producción neta de trabajo** es **100 kJ/kg** . Considerando que el aire es un **gas ideal** con ***R*=0.287 kJ/kg°K** and ***k*=1.4**, determine:
  - La **presión mínima** en el ciclo.

Queremos obtener P_3 y sólo tenemos P_1. Primero necesitamos la temperatura mínima. Del área encerrada en el diagrama *Ts*:

$$w_{\text{neto}} = (s_2 - s_1)(T_H - T_L)$$





Se obtiene que:

$$\longrightarrow \quad T_L = T_H - \frac{w_{\text{neto}}}{s_2 - s_1}$$

$$\Delta s_{1\to 2} = s_2 - s_1 = 0.25\,\frac{\text{kJ}}{\text{kg }^\circ\text{K}}$$

De los datos de enunciado:

$$T_L = 750\,^\circ\text{K} - \frac{100\text{ kJ/kg}}{0.25\,\frac{\text{kJ}}{\text{kg }^\circ\text{K}}} \longrightarrow \quad T_L = 350\,^\circ\text{K}$$

Ya tenemos las dos temperaturas del ciclo.

$$T_L = T_3 = T_4, \qquad T_H = T_1 = T_2.$$

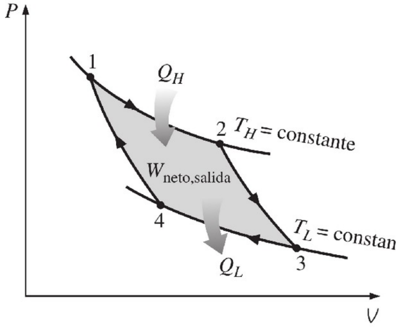
Ejemplo 1:

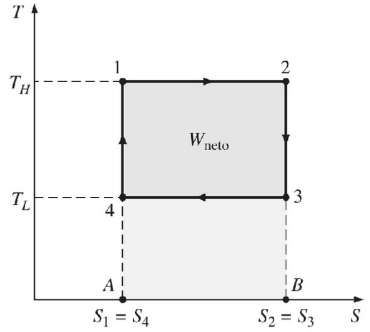
- Considere un **ciclo de Carnot** ejecutado en un **sistema cerrado** con **aire** como fluido de trabajo. La **presión máxima** en el ciclo es **800 kPa** y la **temperatura máxima** es **750 °K**. La **disminución de entropía** durante el proceso de **rechazo isotérmico de calor** es **0.25 kJ/kg°K** y la **producción neta de trabajo** es **100 kJ/kg** . Considerando que el aire es un **gas ideal** con ***R*=0.287 kJ/kg°K** and ***k*=1.4**, determine:

  - La **presión mínima** en el ciclo.

Ahora calcularemos P_4 utilizando la segunda relación isentrópica para el proceso 4-1

$$\left(\frac{T_4}{T_1}\right)_{s=\text{cte}} = \left(\frac{P_4}{P_1}\right)^{1-\frac{1}{k}}$$





Despejando:

$$P_4 = P_1\left(\frac{T_4}{T_1}\right)^{\frac{k}{k-1}}$$

$$= 800 \text{ kPa } \left(\frac{350}{750}\right)^{\frac{1.4}{1.4-1}}$$

$$= 110.1 \text{ kPa}$$

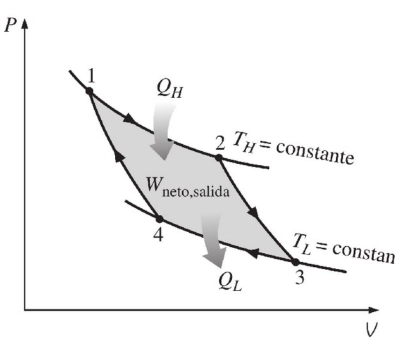
Ejemplo 1:

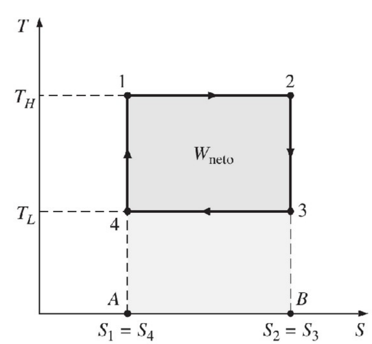
- Considere un **ciclo de Carnot** ejecutado en un **sistema cerrado** con **aire** como fluido de trabajo. La **presión máxima** en el ciclo es **800 kPa** y la **temperatura máxima** es **750 °K**. La **disminución de entropía** durante el proceso de **rechazo isotérmico de calor** es **0.25 kJ/kg°K** y la **producción neta de trabajo** es **100 kJ/kg** . Considerando que el aire es un **gas ideal** con ***R*=0.287 kJ/kg°K** and ***k*=1.4**, determine:
  - La **presión mínima** en el ciclo.

Para encontrar P_3 utilizamos que el cambio de entropía en el proceso 3-4 es:

$$\Delta s_{3\to 4} = c_P \cancel{\ln\left(\frac{T_4}{T_3}\right)} - R\ln\left(\frac{P_4}{P_3}\right)$$

T_3=T_4





Se obtiene que:

$$P_3 = P_4 \exp\left(\frac{\Delta s_{3\to 4}}{R}\right)$$

$$= 110.1 \text{ kPa} \ \exp\left(\frac{-0.25 \frac{\text{kJ}}{\text{kg °K}}}{0.287 \frac{\text{kJ}}{\text{kg °K}}}\right)$$

$$\longrightarrow \quad \boxed{P_3 = 46.1 \text{ kPa}}$$

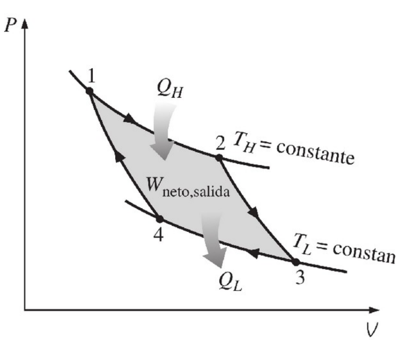
Ejemplo 1:

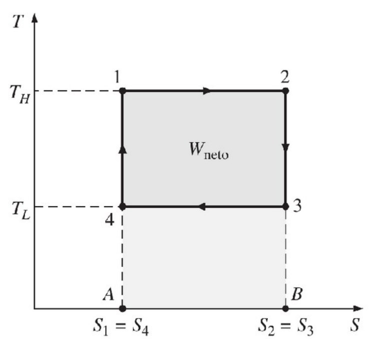
- Considere un **ciclo de Carnot** ejecutado en un **sistema cerrado** con **aire** como fluido de trabajo. La **presión máxima** en el ciclo es **800 kPa** y la **temperatura máxima** es **750 °K**. La **disminución de entropía** durante el proceso de **rechazo isotérmico de calor** es **0.25 kJ/kg°K** y la **producción neta de trabajo** es **100 kJ/kg** . Considerando que el aire es un **gas ideal** con ***R*=0.287 kJ/kg°K** and ***k*=1.4**, determine:
  - El **rechazo de calor** en el ciclo.

El rechazo de calor se obtiene de:

$$\Delta s_{3\to 4} = \frac{q_{\text{salida}}}{T_L} \quad \longrightarrow \quad q_{\text{salida}} = T_L \Delta s_{3\to 4}$$

$$= 350\,^\circ\text{K}\; 0.25 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}\,^\circ\text{K}}$$





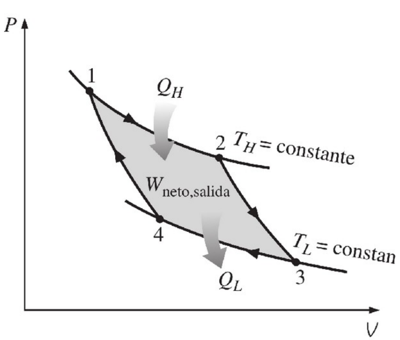
$$\longrightarrow \boxed{q_{\text{salida}} = 87.5 \text{ kJ/ kg}}$$

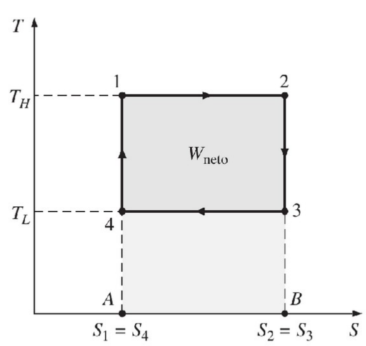
Ejemplo 1:

- Considere un **ciclo de Carnot** ejecutado en un **sistema cerrado** con **aire** como fluido de trabajo. La **presión máxima** en el ciclo es **800 kPa** y la **temperatura máxima** es **750 °K**. La **disminución de entropía** durante el proceso de **rechazo isotérmico de calor** es **0.25 kJ/kg°K** y la **producción neta de trabajo** es **100 kJ/kg** . Considerando que el aire es un **gas ideal** con ***R*=0.287 kJ/kg°K** and ***k*=1.4**, determine:
  - La **eficiencia** térmica del ciclo.

Utilizamos que:

$$\eta = 1 - \frac{T_L}{T_H} = 1 - \frac{350}{750} \longrightarrow \boxed{\eta = 0.533}$$





Ejemplo 2:

- Considere una **máquina térmica** y un **refrigerador** que operan entre dos **reservorios** a **temperaturas** $T_L < T_H$. En la máquina se cumple que la **entropía generada** en **un ciclo** es **proporcional al calor** que **recibe** del reservorio a alta temperatura: $S_{\text{gen}} = \alpha Q_H$. Además, el **trabajo generado** por la **máquina** es **utilizado** como **trabajo de entrada** por el **refrigerador**.

  - Encuentre la **eficiencia** de la máquina térmica.

  - Encuentre la **relación** entre los **calores intercambiados** por la **máquina térmica** Q_H y **refrigerador** Q'_H con la **fuente**. Considere que el **refrigerador** es de **Carnot**.

  - Demuestre que para $\alpha < 0$ el sistema **viola** el **enunciado de Clausius**.

Ejemplo 2:

- Considere una **máquina térmica** y un **refrigerador** que operan entre dos **reservorios** a **temperaturas** $T_L < T_H$. En la máquina se cumple que la **entropía generada** en **un ciclo** es **proporcional al calor** que **recibe** del reservorio a alta temperatura: $S_{\text{gen}} = \alpha Q_H$. Además, el **trabajo generado** por la **máquina** es **utilizado** como **trabajo de entrada** por el **refrigerador**.

  - Encuentre la **eficiencia** de la máquina térmica.

El balance de entropía para la máquina:

$$\sum_k \frac{Q_k}{T_k} + S_{\text{gen}} = \Delta S_{\text{máquina}}$$

Como la máquina opera en un ciclo $\Delta S_{\text{sistema}} = 0$. Entonces:

$$\frac{Q_H}{T_H} - \frac{Q_L}{T_L} + \alpha Q_H = 0$$

Donde Q_L es el calor depositado en el sumidero por la máquina.

El balance de entropía para la máquina:

$$Q_L = T_L \left(\frac{1}{T_H} + \alpha \right) Q_H = \frac{T_L}{T_H}(1 + T_H \alpha) Q_H$$

La eficiencia:

$$\eta_{\text{maquina}} = 1 - \frac{Q_L}{Q_H}$$

$$\longrightarrow \boxed{\eta_{\text{maquina}} = 1 - \frac{T_L}{T_H}(1 + T_H \alpha)}$$

Ejemplo 2:

- Considere una **máquina térmica** y un **refrigerador** que operan entre dos **reservorios** a **temperaturas** $T_L<T_H$. En la máquina se cumple que la **entropía generada** en **un ciclo** es **proporcional al calor** que **recibe** del reservorio a alta temperatura: $S_{\text{gen}}=\alpha Q_H$. Además, el **trabajo generado** por la **máquina** es **utilizado** como **trabajo de entrada** por el **refrigerador**.

  - Encuentre la **relación** entre los **calores intercambiados** por la **máquina térmica** Q_H y **refrigerador** Q'_H con la **fuente**. Considere que el **refrigerador** es de **Carnot**.

El balance de energía del sistema combinado:

$$Q_{\text{neto}} - W_{\text{neto}} = 0$$

El trabajo neto:

$$W_{\text{neto}} = W_{\text{máquina}} - W_{\text{refrigerador}}$$
$$= 0$$

Los trabajos es cancelan debido a que el refrigerador utiliza el trabajo generado por la máquina.

El calor neto:

$$Q_{\text{neto}} = Q_H + Q'_L - Q'_H - Q_L = 0$$

Donde Q'_L es el calor extraído por el refrigerador del sumidero.

De la parte anterior ya tenemos que:

$$Q_L = \frac{T_L}{T_H}(1 + T_H\alpha)Q_H$$

Ejemplo 2:

- Considere una **máquina térmica** y un **refrigerador** que operan entre dos **reservorios** a **temperaturas** $T_L < T_H$. En la máquina se cumple que la **entropía generada** en **un ciclo** es **proporcional al calor** que **recibe** del reservorio a alta temperatura: $S_{\text{gen}} = \alpha Q_H$. Además, el **trabajo generado** por la **máquina** es **utilizado** como **trabajo de entrada** por el **refrigerador**.

  - Encuentre la **relación** entre los **calores intercambiados** por la **máquina térmica** Q_H y **refrigerador** Q'_H con la **fuente**. Considere que el **refrigerador** es de **Carnot**.

Como el refrigerador es de Carnot:

$$\frac{Q'_L}{Q'_H} = \frac{T_L}{T_H} \quad \longrightarrow \quad Q'_L = Q'_H \frac{T_L}{T_H}$$

Remplazando en el calor neto:

$$Q_H + Q'_H \frac{T_L}{T_H} = Q'_H + \frac{T_L}{T_H}(1 + T_H \alpha) Q_H$$

Despejando:

$$\frac{Q'_H}{Q_H}\left(\frac{T_L}{T_H} - 1\right) = \left(\frac{T_L}{T_H}(1 + T_H\alpha) - 1\right)$$

Después de un álgebra:

$$\longrightarrow \boxed{\frac{Q'_H}{Q_H} = \frac{T_H - T_L(1 + T_H\alpha)}{T_H - T_L}}$$

Ejemplo 2:

- Considere una **máquina térmica** y un **refrigerador** que operan entre dos **reservorios** a **temperaturas** $T_L < T_H$. En la máquina se cumple que la **entropía generada** en **un ciclo** es **proporcional al calor** que **recibe** del reservorio a alta temperatura: $S_{\mathrm{gen}} = \alpha Q_H$. Además, el **trabajo generado** por la **máquina** es **utilizado** como **trabajo de entrada** por el **refrigerador**.

  - Demuestre que para $\alpha < 0$ el sistema **viola** el **enunciado de Clausius**.

El enunciado de Clausius nos dice que "*no es posible un proceso cuyo único resultado sea la transferencia de calor de un cuerpo de menor temperatura a otro de mayor temperatura*".

El calor neto extraído de la fuente (T_H) por el sistema combinado máquina+refrigerador es:

$$Q_{H,\mathrm{neto}} = Q_H - Q'_H = \left(1 - \frac{T_H - T_L(1 + T_H\alpha)}{T_H - T_L}\right) Q_H = \frac{T_L T_H \alpha}{T_H - T_L}$$

Si $\alpha < 0$, entonces $Q_{H,\mathrm{neto}} < 0$. Es decir, calor neto es depositado desde el sistema hacia el sumidero. Esto significa que calor fluye desde un sistema de menor temperatura a uno de mayor temperatura de manera espontánea, violando el enunciado de Clausius.

Ejemplo 3:

- Un **tanque rígido** contiene **5 kg** de **vapor de agua saturado** a **100 °C**. El vapor se deja **enfriar** hasta **alcanzar** la **temperatura ambiente** de **25 °C**.
  - Determine el **cambio de entropía** del **vapor**.
  - Determine el **cambio de entropía** del **entorno**.
  - Considerando el **sistema total**, vapor más entorno, determine la **entropía generada** asociada a este proceso.

Ejemplo 3:

- Un **tanque rígido** contiene **5 kg** de **vapor de agua saturado** a **100 °C**. El vapor se deja **enfriar** hasta **alcanzar** la **temperatura ambiente** de **25 °C**.
  - Determine el **cambio de entropía** del **vapor**.

Inicialmente, tenemos un vapor saturado $(x{=}1)$ a 100°C. De tabla obtenemos que:

$$\nu_1 = \nu_g = 1.6720 \ \mathrm{m^3/kg}$$

$$u_1 = u_g = 2506 \ \mathrm{kJ/kg}$$

$$s_1 = s_g = 7.3542 \ \mathrm{kJ/kg^\circ K}$$

Como el tanque es rígido, entonces $\nu_2{=}\nu_1$. Usando además que $T_2{=}25\,^\circ\mathrm{C}$, de tabla tenemos que:

$$\nu_f = 0.001003 \ \mathrm{m^3/kg}$$

$$\nu_g = 43.340 \ \mathrm{m^3/kg}$$

Se tiene que $\nu_f{<}\nu_2{<}\nu_g$. Por tanto, el estado 2 es una mezcla.

La calidad:

$$x_2 = \frac{\nu_2 - \nu_f}{\nu_g - \nu_f} = 0.03856$$

Los otros datos de tabla a $\nu_2{=}\nu_1$ y $T_2{=}25\,^\circ\mathrm{C}$:

$$u_f = 104.83 \ \mathrm{kJ/kg} \qquad u_g = 2409.1 \ \mathrm{kJ/kg}$$

$$s_f = 0.3672 \ \mathrm{kJ/kg^\circ K} \qquad s_g = 2409.1 \ \mathrm{kJ/kg^\circ K}$$

Entonces:

$$u_2 = u_g x_2 + (1 - x_2) u_f$$

$$\longrightarrow \quad u_2 = 193.683 \ \mathrm{kJ/kg}$$

$$s_2 = s_g x_2 + (1 - x_2) s_f$$

$$\longrightarrow \quad s_2 = 0.68299 \ \mathrm{kJ/kg^\circ K}$$

Ejemplo 3:

- Un **tanque rígido** contiene **5 kg** de **vapor de agua saturado** a **100 °C**. El vapor se deja **enfriar** hasta **alcanzar** la **temperatura ambiente** de **25 °C**.
  - Determine el **cambio de entropía** del **vapor**.

Entonces, el cambio de entropía del vapor:

$$\Delta s_{\text{vapor}} = m(s_2 - s_1) = 5 \text{ kg } (0.68299 - 7.3542) \text{ kJ/kg}^{\circ}\text{K}$$

$$\longrightarrow \boxed{\Delta s_{\text{vapor}} = -33.356 \text{ kJ/}^{\circ}\text{K}}$$

Ejemplo 3:

- Un **tanque rígido** contiene **5 kg** de **vapor de agua saturado** a **100 °C**. El vapor se deja **enfriar** hasta **alcanzar** la **temperatura ambiente** de **25 °C**.
  - Determine el **cambio de entropía** del **entorno**.

El cambio de entropía del entorno está dado por:

$$\Delta S_{\text{entorno}} = \frac{Q_{\text{entrada,entorno}}}{T_{\text{entorno}}}$$
$$= \frac{Q_{\text{salida,vapor}}}{T_{\text{entorno}}}$$

La temperatura es $T_{\text{entorno}}{=}25\circ\text{C}$. El calor lo obtenemos de la primera Ley:

$$\Delta E_{\text{vapor}} = Q - \cancel{W} = -Q_{\text{salida,vapor}}$$

Además:

$$\Delta E_{\text{vapor}} = m\Delta u = m(u_2 - u_1)$$

Usando las energías internas obtenidas en la parte anterior:

$$Q_{\text{salida,vapor}} = 5\ \text{kg}\ (2506 - 193.683)\ \text{kJ/kg}$$
$$= 11561.6\ \text{kJ}$$

Entonces:

$$\Delta S_{\text{entorno}} = \frac{11561.6\text{kJ}}{(273 + 25)\ {}^\circ\text{K}}$$

$$\longrightarrow \boxed{\Delta S_{\text{entorno}} = 38.797\ \text{kJ}/{}^\circ\text{K}}$$

Ejemplo 3:

- Un **tanque rígido** contiene **5 kg** de **vapor de agua saturado** a **100 °C**. El vapor se deja **enfriar** hasta **alcanzar** la **temperatura ambiente** de **25 °C**.
  - Considerando el **sistema total**, vapor más entorno, determine la **entropía generada** asociada a este proceso.

La entropía total generada:

$$S_{\text{gen}} = \Delta S_{\text{entorno}} + \Delta S_{\text{vapor}}$$

$$= (38.797 - 33.356)\ \text{kJ}/^{\circ}\text{K} \qquad \longrightarrow \qquad \boxed{S_{\text{gen}} = 5.44\ \text{kJ}/^{\circ}\text{K}}$$