UC | Chile

Termodinámica (FIS1523)

Ejemplos

Felipe Isaule
felipe.isaule@uc.cl

Lunes 31 de Marzo de 2025

Resumen clase anterior

- Enunciamos la **1ra Ley de la Termodinámica** y su aplicación en **balances de energía**.

$$E_{\mathrm{entrada}} - E_{\mathrm{salida}} = \Delta E_{\mathrm{sistema}}.$$

donde

$$\Delta E_{\mathrm{sistema}} = \Delta U + \Delta E_{\mathrm{potencial}} + \Delta E_{\mathrm{cinetica}}.$$

- En sistemas **estáticos** sólo cambia la energía interna:

$$\Delta E_{\mathrm{sistema}} = \Delta U.$$

Resumen clase anterior

- Vimos que en procesos un cambio en la energía es producido por un **intercambio de calor, trabajo,** y/o **masa**.

$$\Delta E_{\text{sistema}} = \Delta W + \Delta Q + \Delta E_{\text{masa}}.$$

- Muchas veces trabajamos con **tasas de energía**:

$$\frac{dE_{\text{sistema}}}{dt} = \dot{Q} + \dot{W} + \dot{E}_{\text{masa}}.$$

- En el **régimen estacionario**:

$$\frac{dE_{\text{sistema}}}{dt} = 0.$$

Resumen transferencia de calor

- Ley de Fourier para la **conducción**:

$$\dot{Q}_{\mathrm{cond}} = k_t A \frac{dT}{dx}.$$

- Ley de enfriamiento para la **convección**:

$$\dot{Q}_{\mathrm{conv}} = hA(T_s - T_f).$$

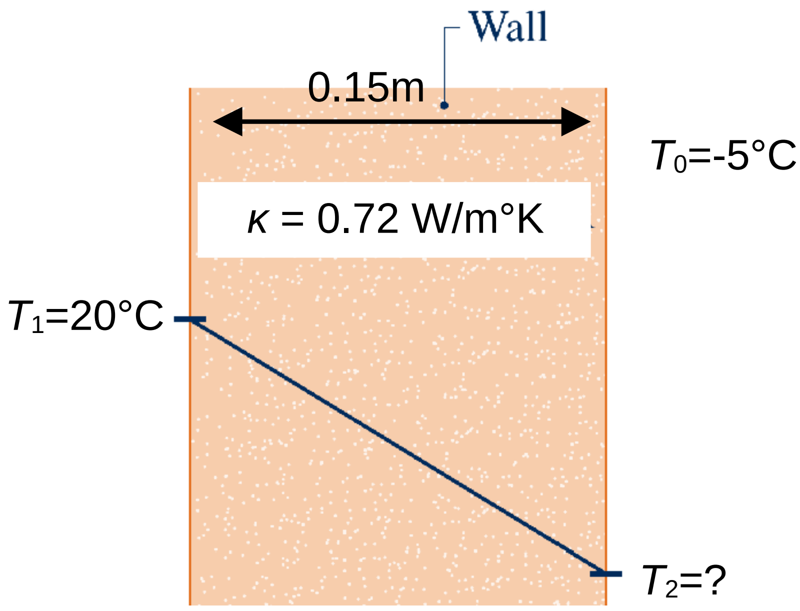
- Ley de Stefan-Boltzmann para la **radiación**:

$$\dot{Q}_{\mathrm{rad}} = \sigma\epsilon A T^4,$$

$$\dot{Q}_{\mathrm{rad,tot}} = \epsilon\sigma A(T^4_{\mathrm{superficie}} - T^4_{\mathrm{entorno}}).$$

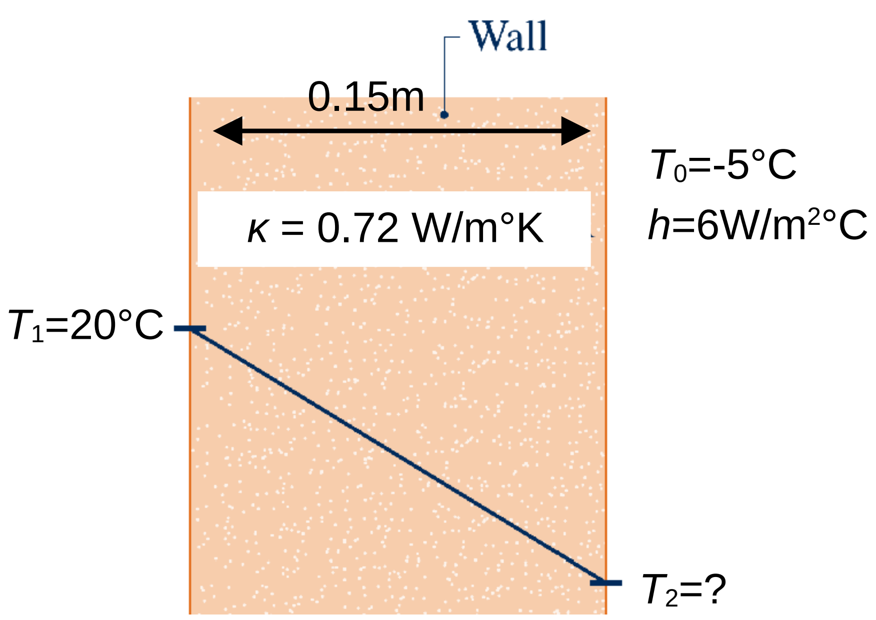
Ejemplo 1:

- Una muralla con un **grosor** de 15cm tiene un **coeficiente de conductividad** de 0.72 W/m°K. En el régimen estacionario, la **temperatura** en la muralla **disminuye** desde la pared interior con T_1=20°C hacia el exterior con temperatura T_2 desconocida. Si en el exterior hay una **temperatura ambiente** de -5°C, y el **coeficiente de convección** es de 6W/m^2°K, **determine la temperatura** T_2 y la **tasa de calor** transferido a través de la muralla **por unidad de área**.



Ejemplo 1:

- Una muralla con un **grosor** de 15cm tiene un **coeficiente de conductividad** de 0.72 W/m°K. En el régimen estacionario, la **temperatura** en la muralla **disminuye** desde la pared interior con T_1=20°C hacia el exterior con temperatura T_2 desconocida. Si en el exterior hay una **temperatura ambiente** de -5°C, y el **coeficiente de convección** es de 6W/m^2°K, **determine la temperatura** T_2 y la **tasa de calor** transferido a través de la muralla **por unidad de área**.



La tasa por conducción:

$$\dot{Q}_{\rm cond} = k_t A \frac{\Delta T}{\Delta x} = k_t A \frac{T_1 - T_2}{\Delta x}$$

La tasa por convección:

$$\dot{Q}_{\rm conv} = hA(T_s - T_f) = hA(T_2 - T_0).$$

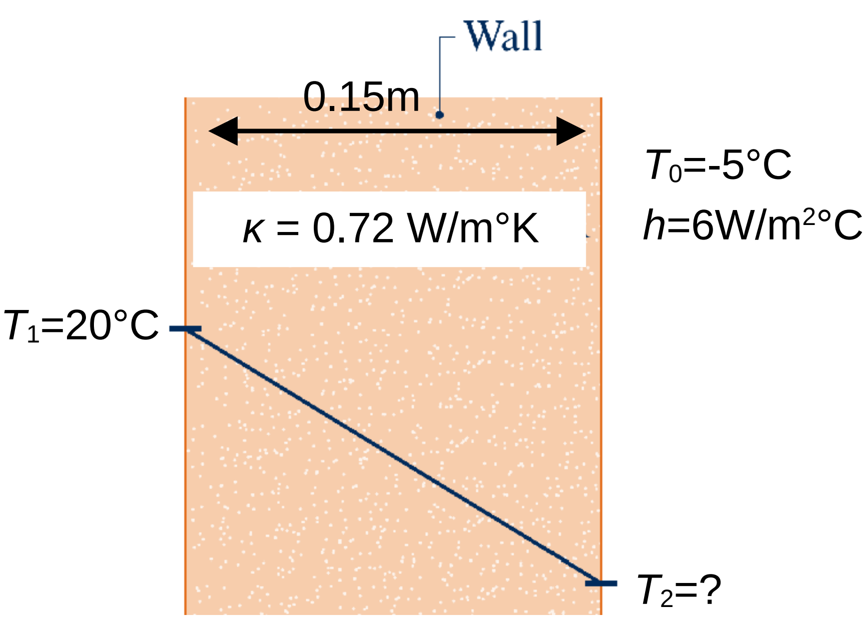
En el régimen estacionario:

$$\dot{Q}_{\rm cond} = \dot{Q}_{\rm conv}$$

Cuidado con los signos! Estamos imponiendo **calor que sale del interior**.

Ejemplo 1:

- Una muralla con un **grosor** de 15cm tiene un **coeficiente de conductividad** de 0.72 W/m°K. En el régimen estacionario, la **temperatura** en la muralla **disminuye** desde la pared interior con T_1=20°C hacia el exterior con temperatura T_2 desconocida. Si en el exterior hay una **temperatura ambiente** de -5°C, y el **coeficiente de convección** es de 6W/m^2°K, **determine la temperatura** T_2 y la **tasa de calor** transferido a través de la muralla **por unidad de área**.



Entonces

$$k_t A \frac{T_1 - T_2}{\Delta x} = hA(T_2 - T_0).$$

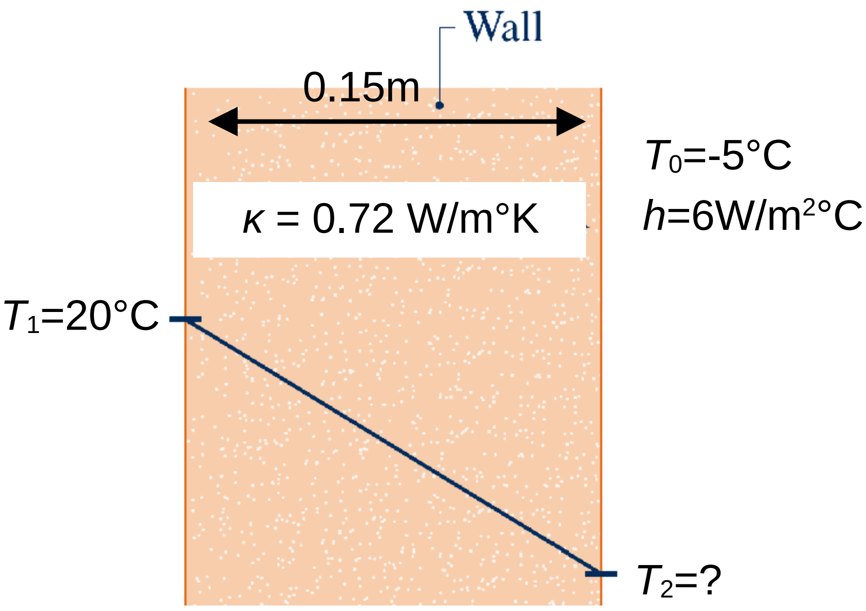
Despejando T_2:

$$T_2 = \frac{hT_0\Delta x + \kappa_t T_1}{h\Delta x + \kappa_t} \quad \longrightarrow \quad \boxed{T_2 \approx 6\,^\circ\mathrm{C}}$$

Ojo: Las temperaturas se transformaron a Kelvins durante el cálculo

Ejemplo 1:

- Una muralla con un **grosor** de 15cm tiene un **coeficiente de conductividad** de 0.72 W/m°K. En el régimen estacionario, la **temperatura** en la muralla **disminuye** desde la pared interior con T_1=20°C hacia el exterior con temperatura T_2 desconocida. Si en el exterior hay una **temperatura ambiente** de -5°C, y el **coeficiente de convección** es de 6W/m^2°K, **determine la temperatura** T_2 y la **tasa de calor** transferido a través de la muralla **por unidad de área**.



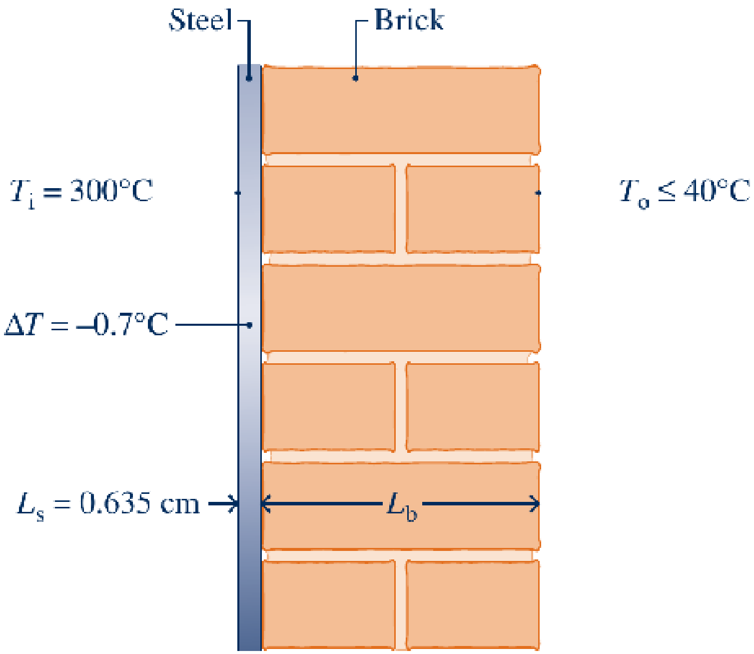
Finalmente, la tasa por unidad de área:

$$\frac{\dot{Q}_{\mathrm{cond}}}{A} = k_t \frac{T_1 - T_2}{\Delta x}$$

$$\longrightarrow \boxed{\frac{\dot{Q}_{\mathrm{cond}}}{A} \approx 67\ \mathrm{W/m^2}}$$

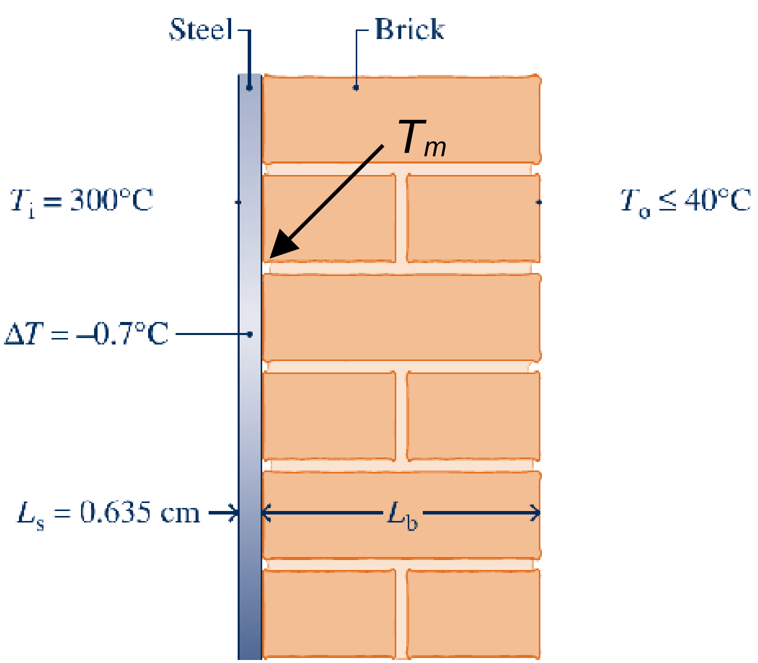
Ejemplo 2:

- La muralla de un horno consiste de una **capa de acero interior** con un **grosor** de 0.635cm y un **coeficiente de conductividad** de 15.1 W/m°K, y de una **capa de ladrillo exterior** con un **coeficiente de conductividad** de 0.72 W/m°K. En el **régimen estacionario**, la **temperatura** en la capa de acero **disminuye** 0.7°C, teniendo una **temperatura interior** de 300°C. Si la **temperatura en el exterior** no es mayor a 40°C. Determine el **grosor** de la **capa de ladrillo** para que esto se cumpla. ¿Cual es la **tasa de conducción por unidad de área**?



Ejemplo 2:

- La muralla de un horno consiste de una **capa de acero interior** con un **grosor** de 0.635cm y un **coeficiente de conductividad** de 15.1 W/m°K, y de una **capa de ladrillo exterior** con un **coeficiente de conductividad** de 0.72 W/m°K. En el **régimen estacionario**, la **temperatura** en la capa de acero **disminuye** 0.7°C, teniendo una **temperatura interior** de 300°C. Si la **temperatura en el exterior** no es mayor a 40°C. Determine el **grosor** de la **capa de ladrillo** para que esto se cumpla. ¿Cual es la **tasa de conducción por unidad de área**?



Las tasas por conducción:

$$\frac{\dot{Q}_{\text{acero}}}{A} = k_{\text{acero}}\frac{T_i - T_m}{L_s}, \qquad \frac{\dot{Q}_{\text{ladrillo}}}{A} = k_{\text{ladrillo}}\frac{T_m - T_0}{L_b}.$$

Además, tenemos que:

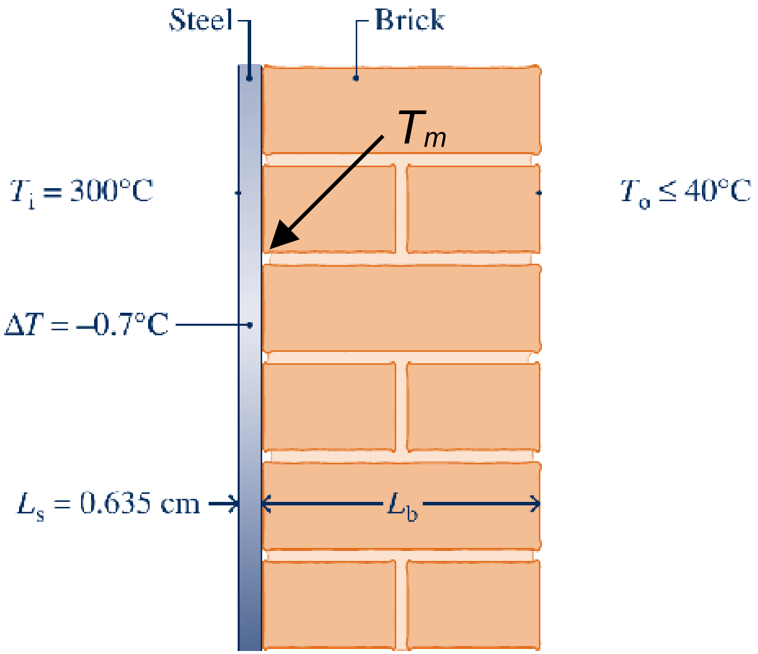
$$\Delta T_{\text{acero}} = T_i - T_m = 0.7°\text{C} \quad \longrightarrow \quad T_m = 299.3°\text{C}$$

En el régimen estacionario:

$$\dot{Q}_{\text{acero}} = \dot{Q}_{\text{ladrillo}}$$

Ejemplo 2:

- La muralla de un horno consiste de una **capa de acero interior** con un **grosor** de 0.635cm y un **coeficiente de conductividad** de 15.1 W/m°K, y de una **capa de ladrillo exterior** con un **coeficiente de conductividad** de 0.72 W/m°K. En el **régimen estacionario**, la **temperatura** en la capa de acero **disminuye** 0.7°C, teniendo una **temperatura interior** de 300°C. Si la **temperatura en el exterior** no es mayor a 40°C. Determine el **grosor** de la **capa de ladrillo** para que esto se cumpla. ¿Cual es la **tasa de conducción por unidad de área**?



Intentamos despejar L_b:

$$k_{\text{acero}} \frac{T_i - T_m}{L_s} = k_{\text{ladrillo}} \frac{T_m - T_0}{L_b}.$$

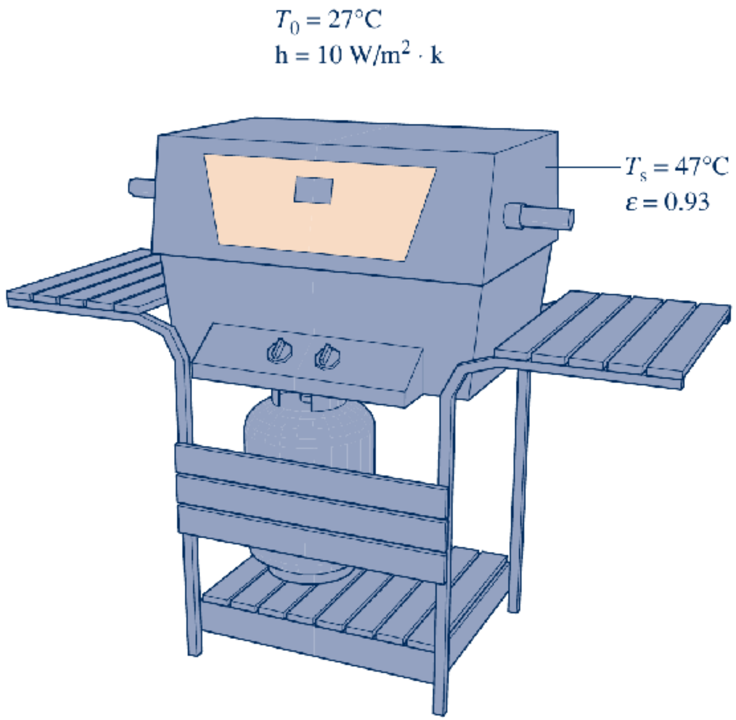
$$L_b = L_s \frac{k_{\text{ladrillo}}}{k_{\text{acero}}} \frac{T_m - T_0}{T_i - T_m}. \quad \longrightarrow \quad \boxed{L_b \geq 11.2 \text{ cm}}$$

La tasa:

$$\frac{\dot{Q}}{A} = k_{\text{acero}} \frac{T_i - T_m}{L_s} \quad \longrightarrow \quad \boxed{\frac{\dot{Q}}{A} \approx 1.66 \text{ kW/m}^2}$$

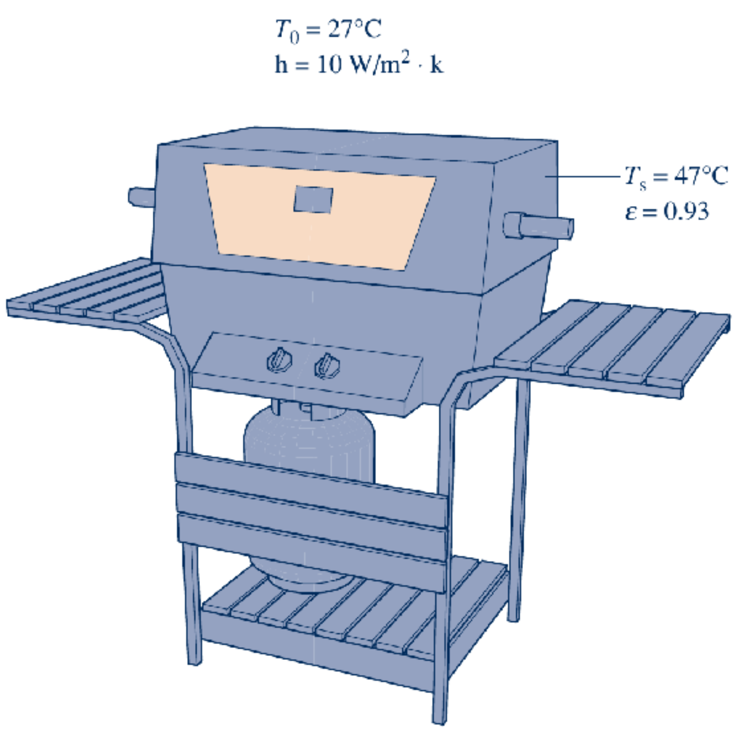
Ejemplo 3:

- La **superficie exterior** de una parrilla se encuentra a una **temperatura** de 47°C y tiene una **emisividad** de 0.93. El **coeficiente de convección** entre la tapa y el alrededor, que se encuentra a una **temperatura** de 27°C, es de 10W/m^{2}K. Determine la **tasa neta de calor** transferida entre la parilla y el alrededor por **unidad de área**.



Ejemplo 3:

- La **superficie exterior** de una parrilla se encuentra a una **temperatura** de 47°C y tiene una **emisividad** de 0.93. El **coeficiente de convección** entre la tapa y el alrededor, que se encuentra a una **temperatura** de 27°C, es de 10W/m²K. Determine la **tasa neta de calor** transferida entre la parilla y el alrededor por **unidad de área**.



La tasa por convección:

$$\frac{\dot{Q}_{\rm conv}}{A} = h(T_s - T_0) = 10\ \mathrm{W/m^2K}(47-27)\mathrm{C} = 200\ \mathrm{W/m^2}$$

La tasa por radiación:

$$\frac{\dot{Q}_{\rm rad,tot}}{A} = \epsilon\sigma(T_s^4 - T_0^4)$$

$$= 0.95 \times 5.67 \times 10^{-8} \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2K^4}}(320^4 - 300^4)\mathrm{K}$$

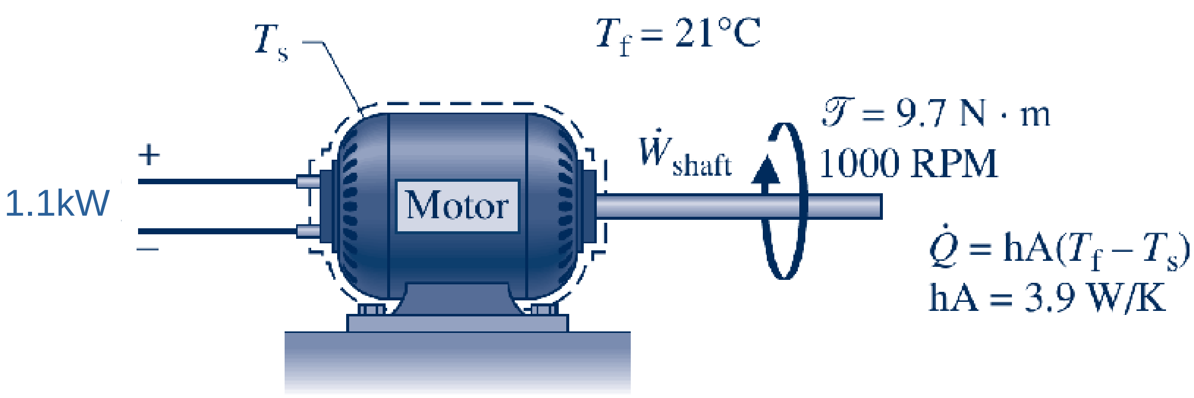
$$= 128\ \mathrm{W/m^2}$$

La tasa enta es la suma de ambas:

$$\boxed{\frac{\dot{Q}_{\rm tot}}{A} = 328\ \mathrm{W/m^2}}$$

Ejemplo 4:

- Un **motor eléctrico** tiene una **potencia** de 1.1 kW. El eje exterior desarrolla un torque de 9.7 Nm y una velocidad de rotación de 1000 RPM. Considerando el estado estacionario, encuentre
  - La **potencia** del eje exterior.
  - La **temperatura superficial** T_s si el calor se transfiere por **convección** a un alrededor a temperatura T_f=21°C.



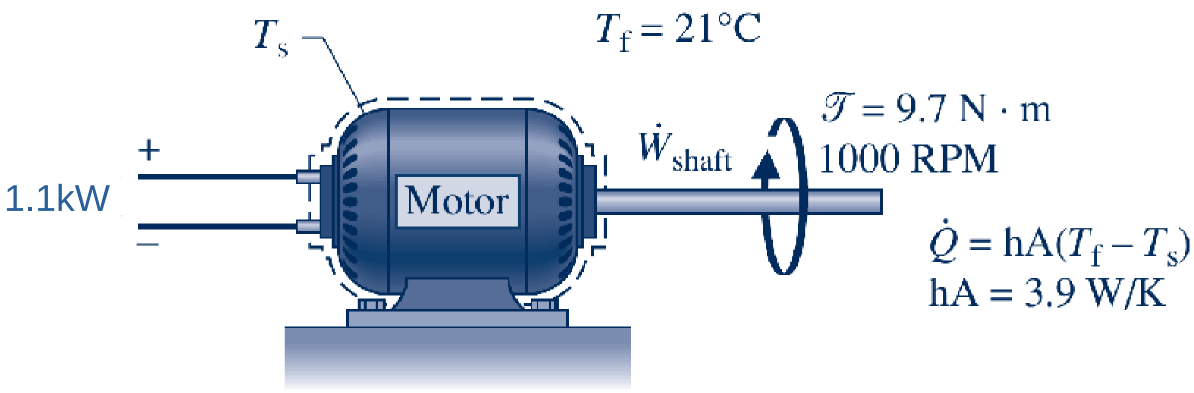
Ejemplo 4:

- Un **motor eléctrico** tiene una **potencia** de 1.1 kW. El eje exterior desarrolla un torque de 9.7 Nm y una velocidad de rotación de 1000 RPM. Considerando el estado estacionario, encuentre
  - La **potencia** del eje exterior.

La potencia del eje:

$$P_{\text{eje}} = \tau\omega$$

$$= 9.7\ \text{Nm}\, 1000 \frac{\text{rev}}{\text{min}} \frac{2\pi\ \text{rad}}{\text{rev}} \frac{\text{min}}{60\ \text{s}} \longrightarrow \boxed{P_{\text{eje}} = 1015\ \text{W}}$$



Ejemplo 4:

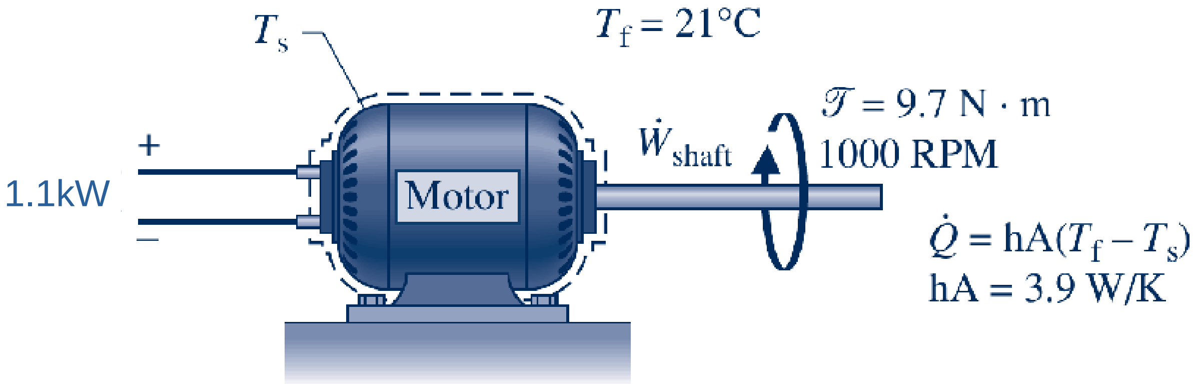
- Un **motor eléctrico** tiene una **potencia** de 1.1 kW. El eje exterior desarrolla un torque de 9.7 Nm y una velocidad de rotación de 1000 RPM. Considerando el estado estacionario, encuentre
  - La **temperatura superficial** T_s si el calor se transfiere por **convección** a un alrededor a temperatura T_f=21°C.

En el régimen estacionario:

$$\frac{dE}{dt} = 0 \quad \longrightarrow \quad \dot{W}_{\mathrm{elec}} = \dot{Q} + \dot{W}_{\mathrm{eje}}$$

La tasa de calor:

$$\dot{Q} = \dot{W}_{\mathrm{elec}} - \dot{W}_{\mathrm{eje}} = 1100 \text{ W} - 1015 \text{ W} = 85 \text{ W}$$



Imponiendo transferencia por convección:

$$\dot{Q}_{\mathrm{conv}} = hA(T_s - T_f).$$

La temperatura superficial:

$$T_s = \frac{\dot{Q}_{\mathrm{conv}}}{hA} + T_f$$

$$= \frac{85 \text{ W}}{3.9 \text{ W/K}} + 21^\circ\text{C}$$

$$\longrightarrow \boxed{T_s \approx 42.8^\circ\text{C}}$$