UNIVERSIDAD ADOLFO IBÁÑEZ
FACULTAD DE INGENIERÍA Y CIENCIAS

FISICA I (FIS101)

Clase 12
Repaso cinemática

Felipe Isaule

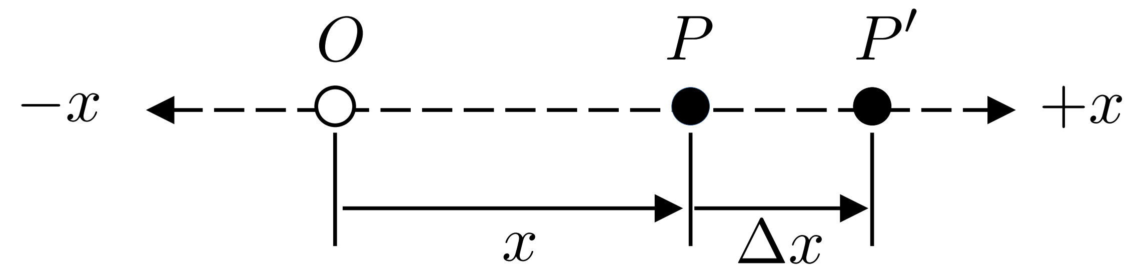
Jueves 16 de Abril de 2026

felipeisaule.github.io
felipe.isaule.r@edu.uai.cl

Cinemática en 1D

- La **velocidad media** de un movimiento rectilíneo

$$v_{\text{media}} = \Delta x / \Delta t.$$



- La **velocidad instantánea**

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} \longrightarrow \boxed{v = \frac{dx}{dt} = \dot{x}.}$$

- De manera análoga, la **aceleración media**

$$a_{\text{media}} = \Delta v / \Delta t.$$

- Mientras que la **aceleración instantánea**

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} \longrightarrow \boxed{a = \frac{dv}{dt} = \dot{v}, \quad a = \frac{d^2 x}{dt^2} = \ddot{x}.}$$

Cinemática en 1D

- El **movimiento uniformemente acelerado** (MUA) está descrito por:

$$v_f = v_i + a\,t\,,$$

$$\frac{v_f^2}{2} = \frac{v_i^2}{2} + a(x_f - x_i)\,,$$

$$x_f = x_i + v_i\,t + \frac{1}{2}at^2\,. \qquad a = \mathrm{cte.}$$

- En una **caída libre**, si tomamos el **eje positivo hacia arriba**, entonces $a = -g = -9.8\ \mathrm{m/s^2}$.

Lanzamiento de un proyectil

La aceleración es nula en el eje *x*, y constante hacia la superficie en el eje *y*:

$$a_x = 0\,, \quad a_y = -g$$

La velocidad es un movimiento con aceleración constante en cada componente:

$$\longrightarrow \quad v_x = v_{x,0}$$

$$\longrightarrow \quad v_y = v_{y,0} - gt$$

Mientras que la posición:

$$\longrightarrow \quad x = x_0 + v_{x,0}\,t$$

$$\longrightarrow \quad y = y_0 + v_{y,0}\,t - gt^2/2$$

También podemos escribir:

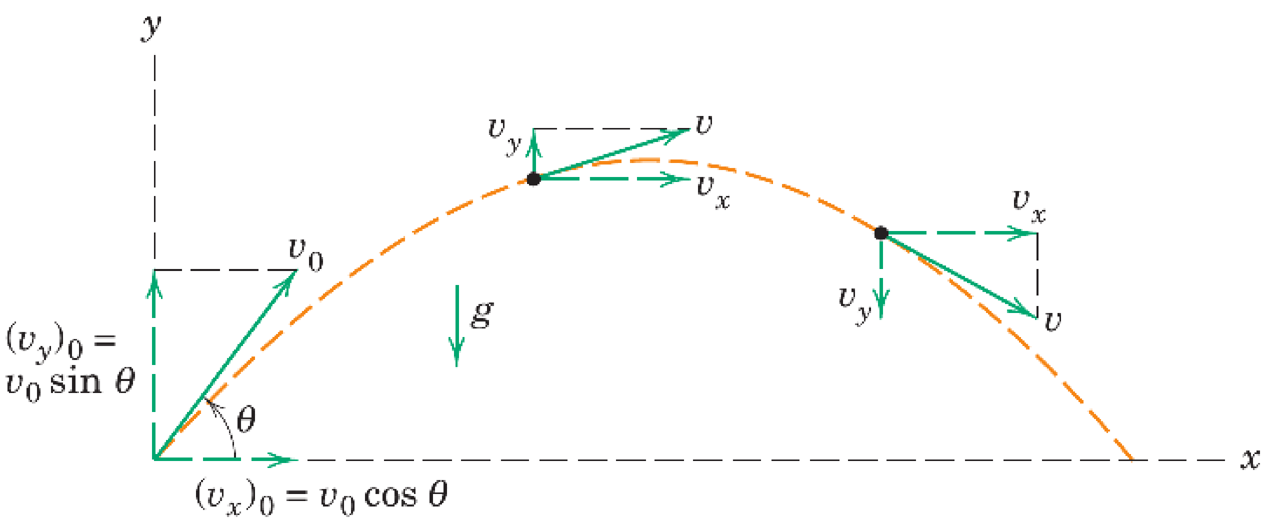
$$\longrightarrow \quad \boxed{v_y^2 = v_{y,0}^2 - 2g(y - y_0)}$$

En este ejemplo:

$$v_{x,0} = v_0 \cos\theta$$

$$v_{y,0} = v_0 \sin\theta$$

$$x_0 = y_0 = 0$$



Movimiento circular uniforme

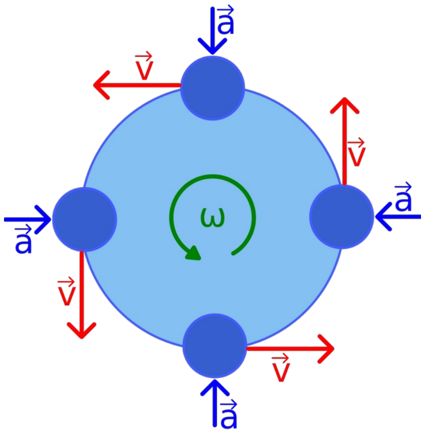
- En un **movimiento circular** el **radio** r es **constante.**
- **Un movimiento circular uniforme** es aquel donde la **rapidez** v es **constante**.

$$\boxed{v = r\omega,}$$

ω: Velocidad angular

- En este caso, la **aceleración** siempre apunta hacia el **centro del círculo** y es llamada **aceleració centrípeta**:

$$\boxed{a_c = \frac{v^2}{r} = r\omega^2.}$$



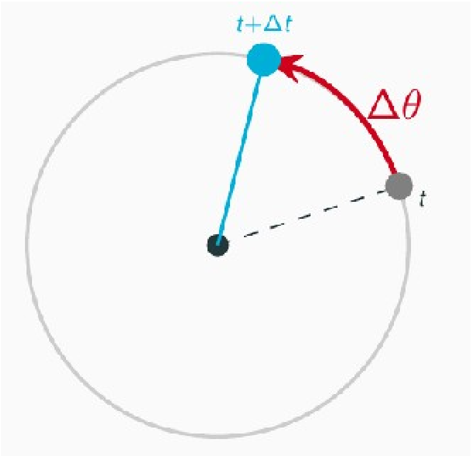
Movimiento circular uniforme

- La velocidad angular se mide en $\mathrm{rad/s}$.
- La **velocidad angular** nos dice **qué tan rápido gira** una partícula.
- El **período** está dado por:

$$T = \frac{2\pi}{\omega}.$$

- Entonces, la **frecuencia**:

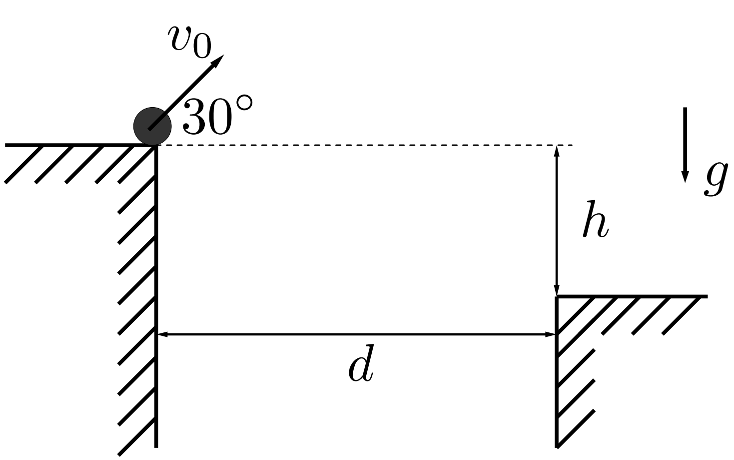
$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}.$$



$$\omega = v/r$$

Ejemplo 1

- Una pelota es lanzada desde la superficie izquierda con una **rapidez** v_0 y un **ángulo** de 30° con respecto a la horizontal como muestra la figura. Encuentre la **rapidez mínima** para que la pelota llegue a la superficie derecha.



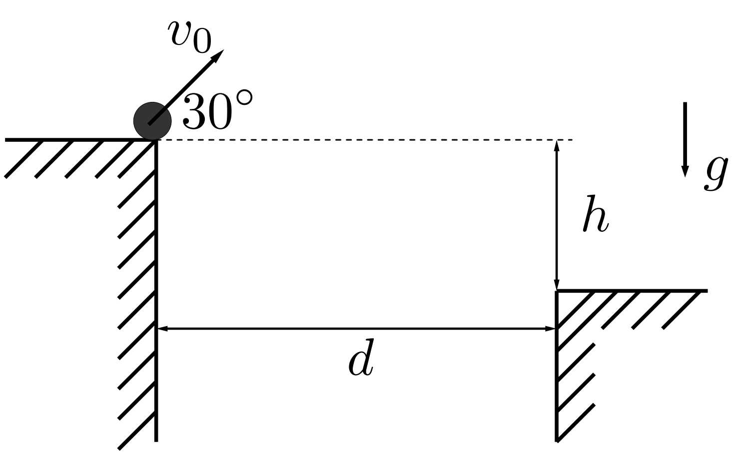
Ejemplo 1

- Una pelota es lanzada desde la superficie izquierda con una **rapidez** v_0 y un **ángulo** de 30° con respecto a la horizontal como muestra la figura. Encuentre la **rapidez mínima** para que la pelota llegue a la superficie derecha.

Utilizamos las ecuaciones del lanzamiento de un proyectil:

$$\underbrace{x}_{d} = \overset{0}{\cancel{x_0}} + \underbrace{v_{x,0}}_{v_0 \cos 30^\circ = v0\frac{\sqrt{3}}{2}}\, t^*$$

$$\underbrace{y}_{-h} = \overset{0}{\cancel{y_0}} + \underbrace{v_{y,0}}_{v_0 \sin 30^\circ = \frac{v_0}{2}}\, t^* - g t^{*2}/2$$



Tenemos dos incógnitas, v_0 y t . Primero despejamos el tiempo.

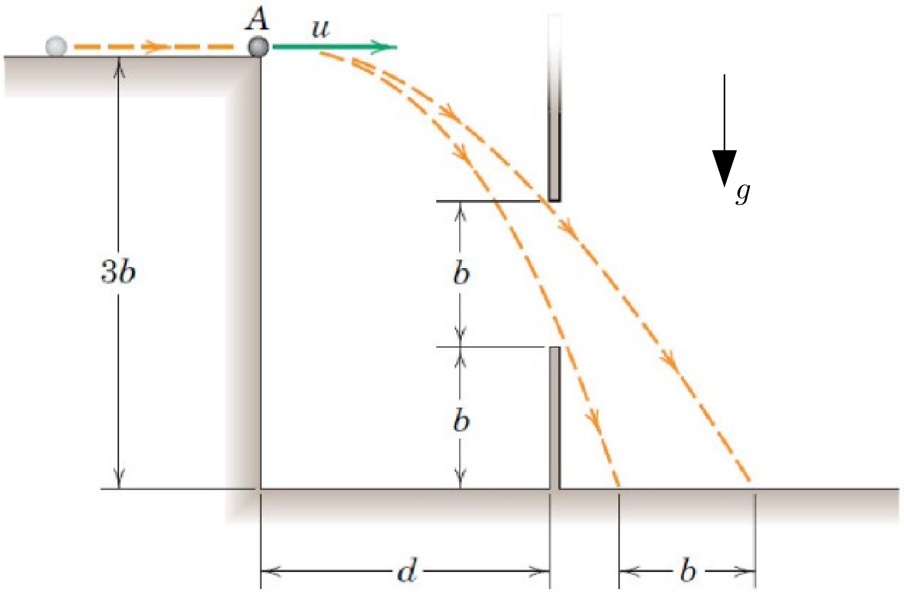
$$t^* = \frac{2d}{v_0\sqrt{3}}$$

Ahora remplazamos *t* en la ecuación para *y*, y obtenemos la rapidez mínima:

$$\boxed{v_0 = d\sqrt{\frac{2g}{3(h + d/\sqrt{3})}}}$$

Ejemplo 2

- Una partícula afectada por la **gravedad** se lanza **horizontalmente** con una **rapidez** u desde una plataforma de **altura** $3b$ y pasa por una abertura de **anchura** b a una altura b como muestra la figura. Encuentre la distancia d para que la región de **aterrizaje** sea de un **ancho** b. Además, determine el **rango** de u para que la partícula **pase por la abertura**.

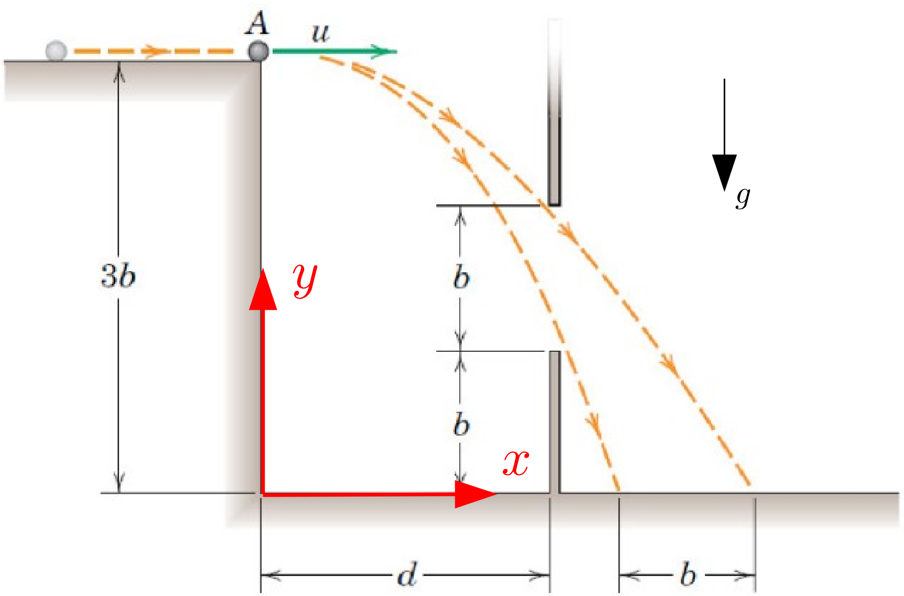


Ejemplo 2

- Una partícula afectada por la **gravedad** se lanza **horizontalmente** con una **rapidez** u desde una plataforma de **altura** $3b$ y pasa por una abertura de **anchura** b a una altura b como muestra la figura. Encuentre la distancia d para que la región de **aterrizaje** sea de un **ancho** b. Además, determine el **rango** de u para que la partícula **pase por la abertura**.

La posición y velocidad inicial:

$$\vec{r}_0 = 3b\hat{j} \qquad \vec{v}_0 = u\hat{i}$$



La posición en cada coordenada en función del tiempo:

$$x = \cancel{x_0} + \underbrace{v_{x,0}}_{u} t = u\,t$$

$$y = \underbrace{y_0}_{3b} + \cancel{v_{y,0}t} + \frac{\overbrace{a_y}^{-g}}{2}t^2 = 3b - \frac{g}{2}t^2$$

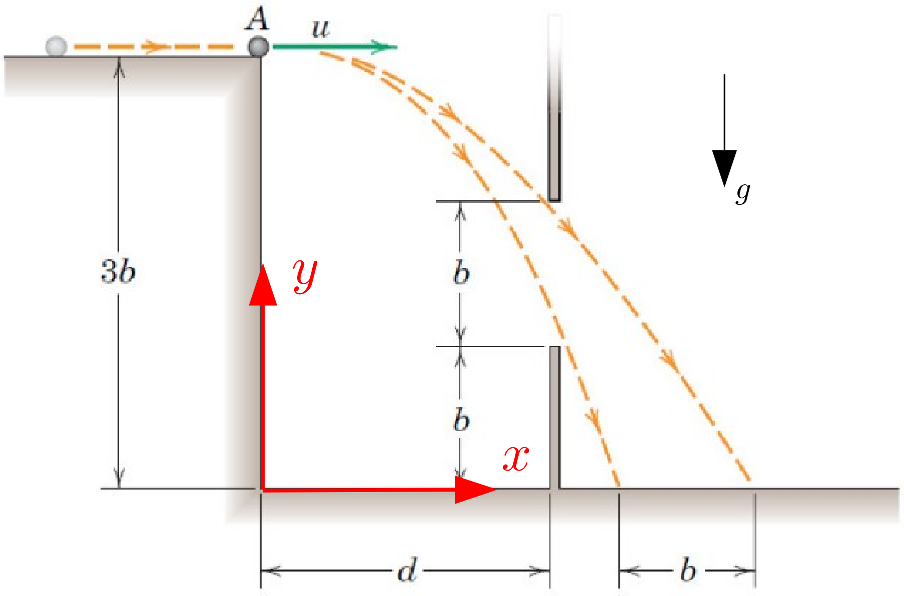
Primero, para la **rapidez menor** la partícula pasa por la parte inferior de la abertura:

$$x \longrightarrow d = u_1 t_1 \longrightarrow t_1 = d/u_1$$

$$y \longrightarrow b = 3b - \frac{g}{2}t_1^2$$

Ejemplo 2

- Una partícula afectada por la **gravedad** se lanza **horizontalmente** con una **rapidez** u desde una plataforma de **altura** $3b$ y pasa por una abertura de **anchura** b a una altura b como muestra la figura. Encuentre la distancia d para que la región de **aterrizaje** sea de un **ancho** b. Además, determine el **rango** de u para que la partícula **pase por la abertura**.



Remplazando t_1 en la ecuación en y :

$$2b = \frac{gd^2}{2u_1^2} \qquad \longrightarrow \qquad u_1 = \frac{d}{2}\sqrt{\frac{g}{b}}$$

Ahora para la **rapidez mayor** la partícula pasa por la parte superior de la abertura:

$$x \quad \longrightarrow \quad d = u_2 t_2 \quad \longrightarrow \quad t_2 = d/u_2$$

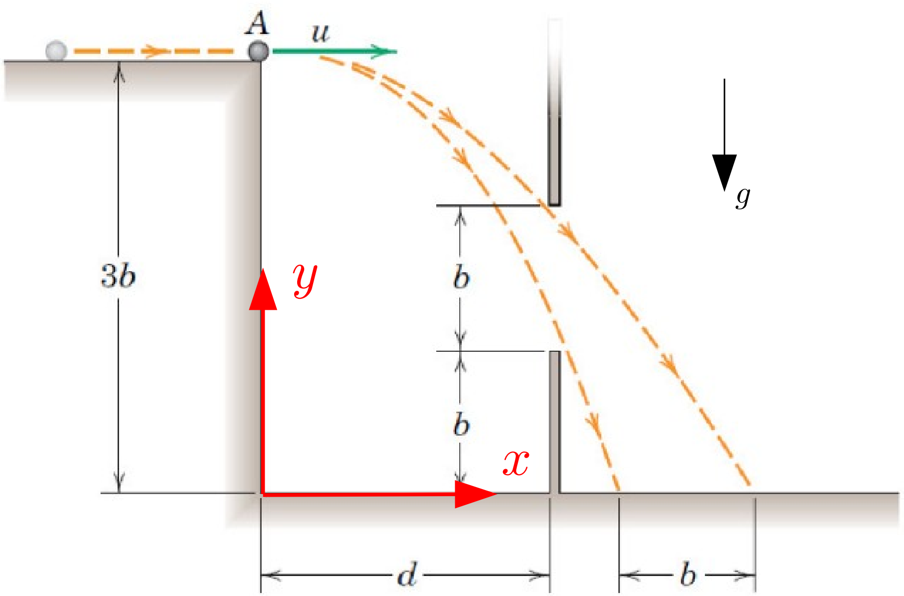
$$y \quad \longrightarrow \quad 2b = 3b - \frac{g}{2}t_2^2$$

Remplazando t_2 en la ecuación en y :

$$b = \frac{gd^2}{2u_2^2} \qquad \longrightarrow \qquad u_2 = d\sqrt{\frac{g}{2b}}$$

Ejemplo 2

- Una partícula afectada por la **gravedad** se lanza **horizontalmente** con una **rapidez** u desde una plataforma de **altura** $3b$ y pasa por una abertura de **anchura** b a una altura b como muestra la figura. Encuentre la distancia d para que la región de **aterrizaje** sea de un **ancho** b. Además, determine el **rango** de u para que la partícula **pase por la abertura**.



Ahora tenemos que imponer que la zona de aterrizaje tenga un ancho b.

Primero usamos la ecuación en y para imponer que la partícula llega a la superficie:

$$y \quad \longrightarrow \quad 0 = 3b - \frac{g}{2}t_f^2 \quad \longrightarrow t_f = \sqrt{6b/g}$$

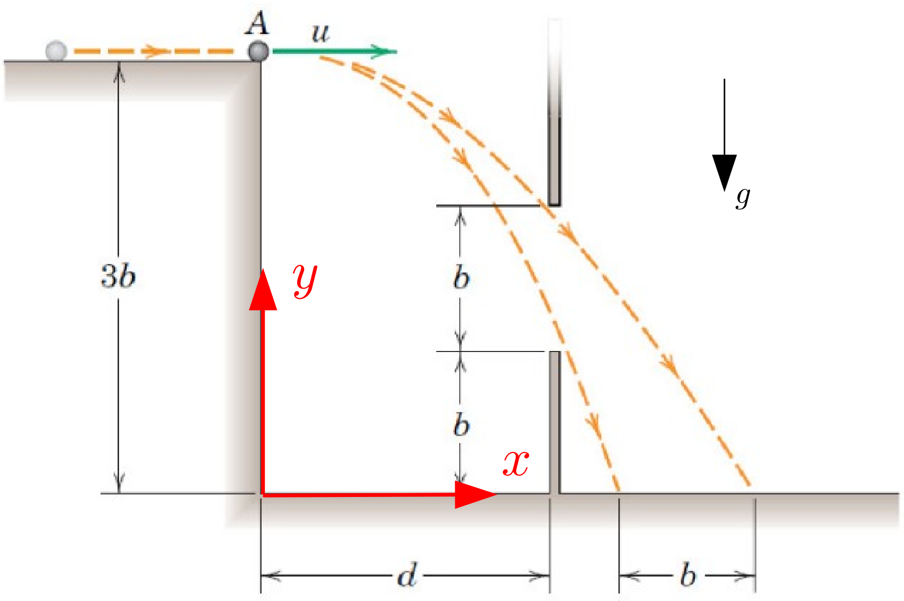
La partícula siempre llega a la superficie en el **mismo tiempo**.

Ahora utilizamos la ecuación en x

$$x \quad \longrightarrow \quad \Delta x = b = u_2 t_f - u_1 t_f$$

Ejemplo 2

- Una partícula afectada por la **gravedad** se lanza **horizontalmente** con una **rapidez** u desde una plataforma de **altura** $3b$ y pasa por una abertura de **anchura** b a una altura b como muestra la figura. Encuentre la distancia d para que la región de **aterrizaje** sea de un **ancho** b. Además, determine el **rango** de u para que la partícula **pase por la abertura**.



Remplazando:

$$b = (u_2 - u_1)\, t_f$$

$$b = \left(d\sqrt{\frac{g}{2b}} - \frac{d}{2}\sqrt{\frac{g}{b}} \right) \sqrt{\frac{6b}{g}}$$

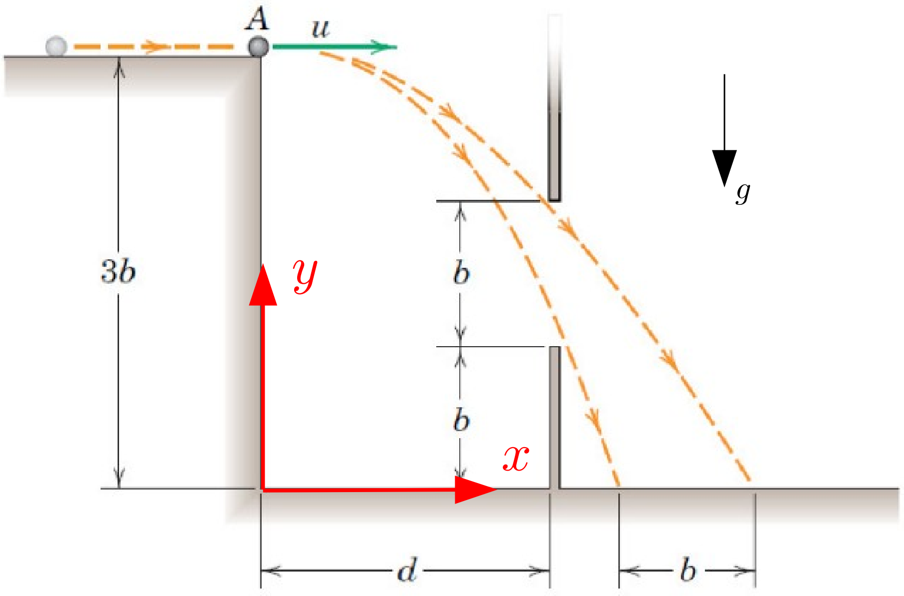
$$= d\left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{2}\right)\sqrt{6}$$

$$= d\sqrt{3/2}(\sqrt{2} - 1)$$

$$\longrightarrow \boxed{d = b\sqrt{\frac{2}{3}}\left(1 + \sqrt{2}\right)}$$

Ejemplo 2

- Una partícula afectada por la **gravedad** se lanza **horizontalmente** con una **rapidez** u desde una plataforma de **altura** $3b$ y pasa por una abertura de **anchura** b a una altura b como muestra la figura. Encuentre la distancia d para que la región de **aterrizaje** sea de un **ancho** b. Además, determine el **rango** de u para que la partícula **pase por la abertura**.



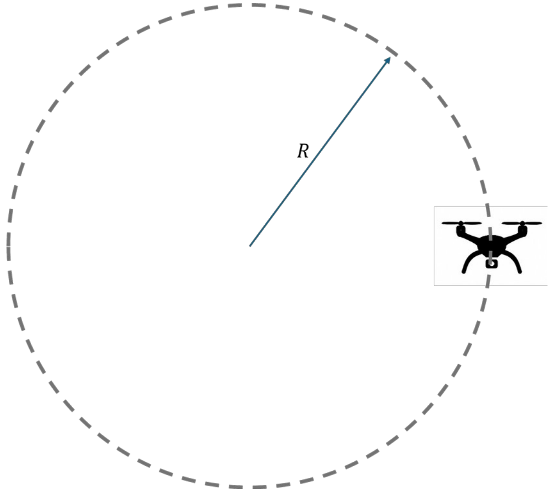
Ahora remplazamos en u_1 y u_2 :

$$\longrightarrow \quad u_1 = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2gb}{3}}\left(1+\sqrt{2}\right)$$

$$\longrightarrow \quad u_2 = \sqrt{\frac{gb}{3}}\left(1+\sqrt{2}\right)$$

Ejemplo 3

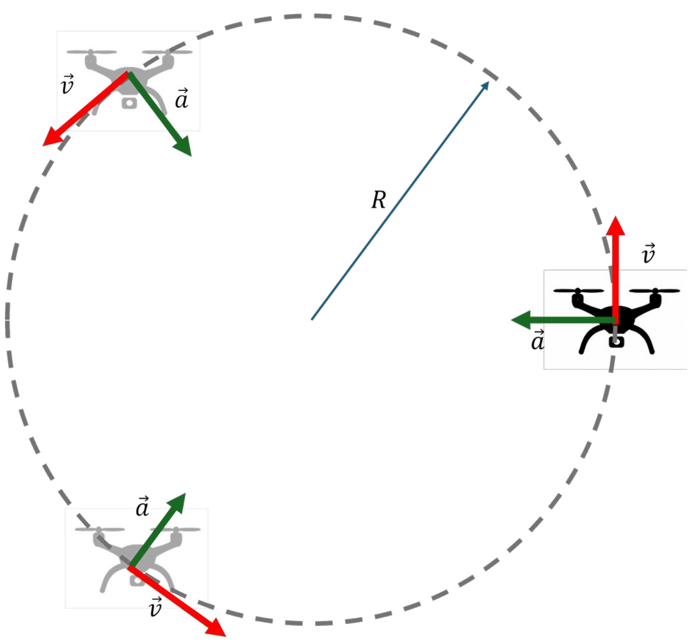
- Un dron vuela describiendo una **trayectoria circular** de **radio** r = 40 m con **rapidez constante**. El piloto ajusta la velocidad de modo que el dron completa exactamente **3 vueltas en 2 minutos**.
  - Dibuje tres posiciones distintas del dron **separadas 120° entre sí**. Represente los vectores de **velocidad tangencial** y de **aceleración centrípeta**.
  - A partir de los datos dados, determine la **rapidez tangencial** del dron y la **magnitud** de su **aceleración centrípeta**.
  - Determine **cuántas vueltas** completa el dron en un intervalo de **10 minutos** y la **distancia total recorrida** en ese tiempo.

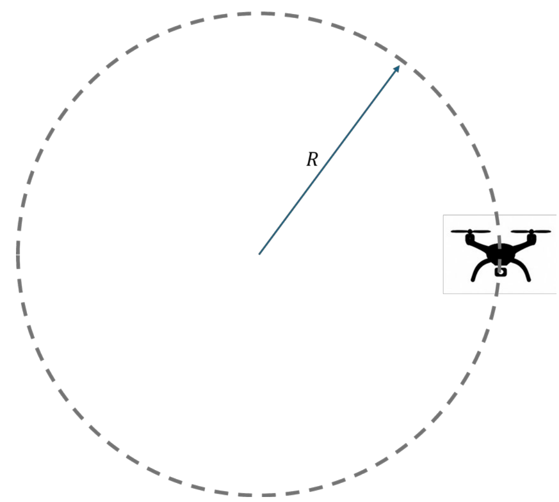


Ejemplo 3

- Un dron vuela describiendo una **trayectoria circular** de **radio** r = 40 m con **rapidez constante**. El piloto ajusta la velocidad de modo que el dron completa exactamente **3 vueltas en 2 minutos**.
  - Dibuje tres posiciones distintas del dron **separadas 120° entre sí**. Represente los vectores de **velocidad tangencial** y de **aceleración centrípeta**.

La velocidad tangencial es siempre tangente al círculo, mientras que la aceleración centrípeta apunta siempre al centro.





Ejemplo 3

- Un dron vuela describiendo una **trayectoria circular** de **radio** r = 40 m con **rapidez constante**. El piloto ajusta la velocidad de modo que el dron completa exactamente **3 vueltas en 2 minutos**.
  - A partir de los datos dados, determine la **rapidez tangencial** del dron y la **magnitud** de su **aceleración centrípeta**.

Recordamos que el período:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad \longrightarrow \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

Considerando que da **una vuelta** en 2/3 minutos:

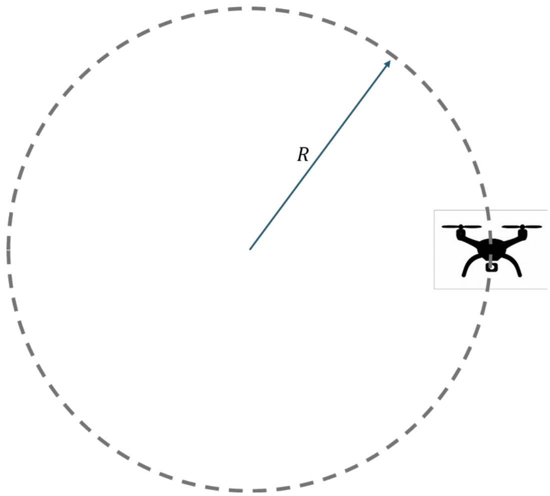
$$\omega = \frac{2\pi}{2/3\,\mathrm{min}}\frac{\mathrm{min}}{60\,\mathrm{s}} \approx 0.157\,\mathrm{rad/s}$$

Entonces, la rapidez tangencial:

$$v = r\omega \quad \rightarrow \quad \boxed{v \approx 6.28\,\mathrm{m/s}}$$

La aceleración centrípeta:

$$a = r\omega^2 \quad \rightarrow \quad \boxed{a = 0.987\,\mathrm{m/s}^2}$$



Ejemplo 3

- Un dron vuela describiendo una **trayectoria circular** de **radio** r = 40 m con **rapidez constante**. El piloto ajusta la velocidad de modo que el dron completa exactamente **3 vueltas en 2 minutos**.
  - Determine **cuántas vueltas** completa el dron en un intervalo de **10 minutos** y la **distancia total recorrida** en ese tiempo.

Para el número de vueltas N podemos hacer una regla de tres:

$$\frac{N}{3} = \frac{10\,\mathrm{min}}{2\,\mathrm{min}} \quad \rightarrow \quad \boxed{N = 15}$$

La distancia recorrida en 15 vueltas es:

$$d = 2\pi N r \quad \rightarrow \quad \boxed{d \approx 3769.9\,\mathrm{m}}$$