UNIVERSIDAD ADOLFO IBÁÑEZ

FACULTAD DE INGENIERÍA Y CIENCIAS

FISICA I (FIS101)

Clase 16&17

Fuerzas centrales y Ley de Hooke

Felipe Isaule

Jueves 30 de Abril de 2026

felipeisaule.github.io

felipe.isaule.r@edu.uai.cl

Clase anterior

- Definimos la fuerza **tensión**.
- Revisamos problemas de **ligaduras**.
- Definimos el **roce estático** y el **roce dinámico**.

Clase 16 & 17

- <u>Clase 16:</u>
  - Movimiento circular uniforme y fueza centrípeta.
  - Movimiento circular no uniforme.
- <u>Clase 17:</u>
  - Ley de Hooke.

- Bibliografía recomendada:
  - Serway (6.1, 6.2, 7.4).

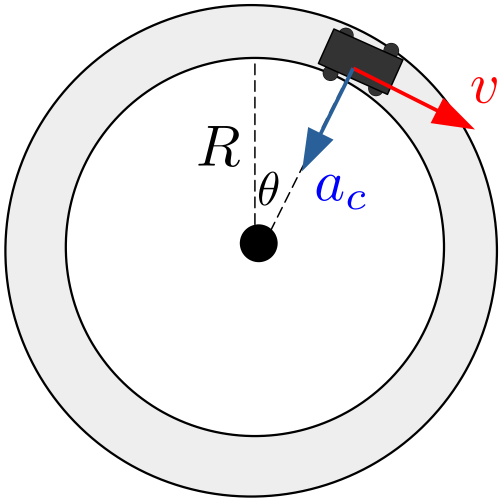
Clase 16 & 17

- <u>Clase 16:</u>
  - **Movimiento circular uniforme y fueza centrípeta.**
  - Movimiento circular no uniforme.
- <u>Clase 17:</u>
  - Ley de Hooke.

- Bibliografía recomendada:
  - Serway (6.1, 6.2, 7.4).

Movimiento circular uniforme

- Recordemos que en un **movimiento circular uniforme**:



Rapidez constante: $v = R\dot{\theta} = R\omega$

Aceleración centrípeta: $a_c = R\omega^2 = \dfrac{v^2}{R}$

ω: Velocidad angular

- El tiempo que toma dar una vuelta completa corresponde al **período** T.
- Como ω es constante, entonces $T = 2\pi/\omega$.
- En este caso, la **frecuencia** se define como $f = 1/T = \omega/2\pi$.

Fuerza centrípeta

- Si tenemos un cuerpo que es afectado por **fuerzas radiales** en un movimiento circular uniforme:

$$\sum_i F_i = \boxed{-}ma_c \longrightarrow \sum_i F_i + \boxed{ma_c} = \boxed{0}$$

Escogemos la dirección positiva hacia afuera del círculo

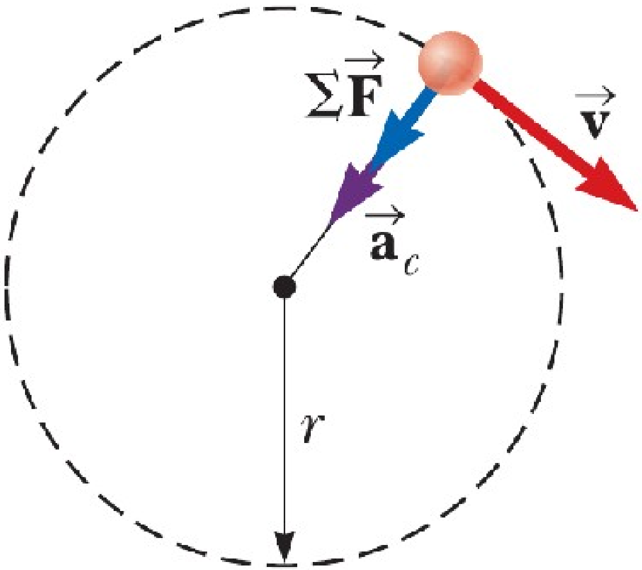
F_c

Podemos interpretar este cero como equilibrio en la dirección radial.

- Definimos la **fuerza centrípeta** como:

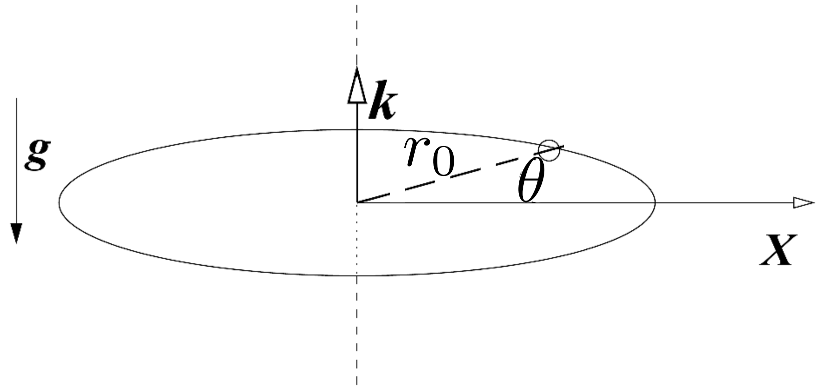
$$\boxed{F_c = ma_c = m\frac{v^2}{R} = mR\omega^2.}$$

- Esta fuerza apunta hacia **afuera del círculo**.



Ejemplo 1: Argolla en un cable circular

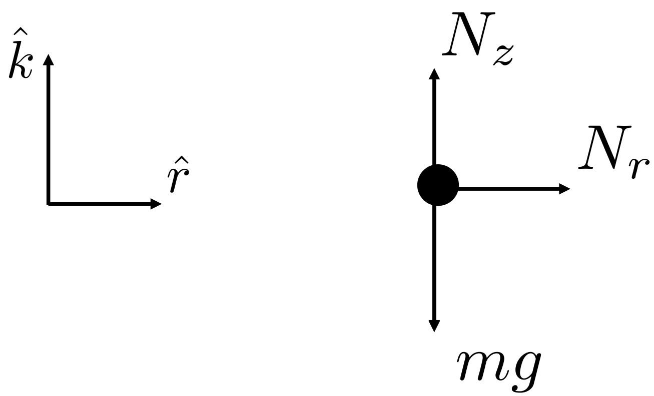
- Una argolla de masa m gira sin roce con **velocidad angular constante** ω en un cable circular de radio r_0. Si la argolla es afectada por la **gravedad**, encuentre las **fuerzas normales sobre la argolla**.

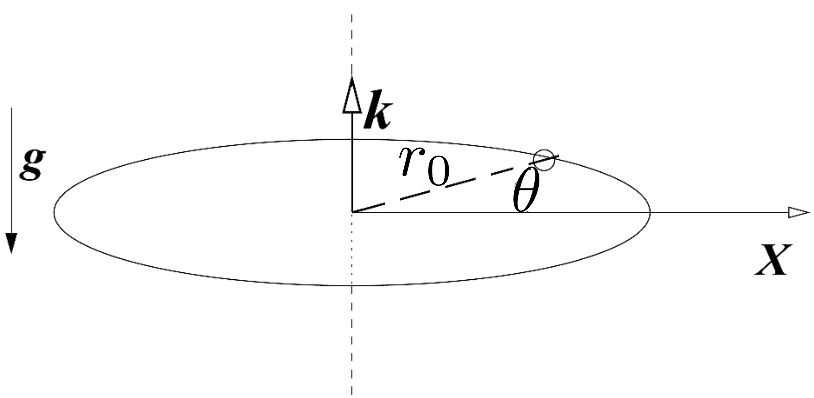


Ejemplo 1: Argolla en un cable circular

- Una argolla de masa m gira sin roce con **velocidad angular constante** ω en un cable circular de radio r_0. Si la argolla es afectada por la **gravedad**, encuentre las **fuerzas normales sobre la argolla**.

DCL





Ecuaciones de movimiento

$$r: \quad F_r = N_r = m a_c = -m r_0 \omega^2$$

Equilibrio de fuerzas →

$$z: \quad F_z = N_z - mg = m a_z = 0$$

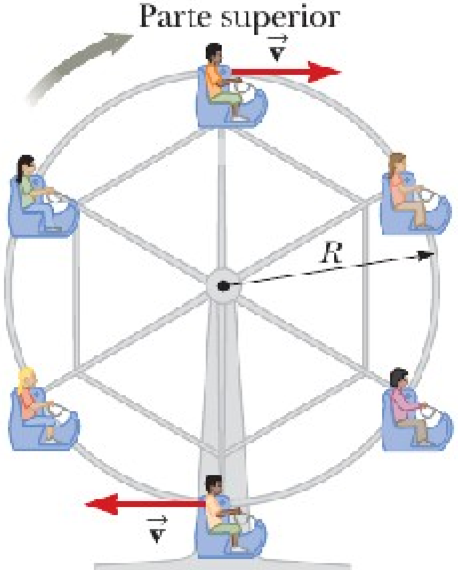
$$\longrightarrow \boxed{N_r = -m r_0 \omega^2} \longrightarrow \text{Fuerza centrípeta}$$

$$\longrightarrow \boxed{N_z = mg} \longrightarrow \text{Peso}$$

N_r va hacia adentro del círculo!

Ejemplo 2

- Un niño de **masa** *m* se sube en una rueda de la fortuna como se muestra en la figura. El niño se mueve en un **círculo** vertical de **radio** 10.0 m **rapidez constante** de 3.00 m/s.
  - Determine la **fuerza ejercida por el asiento** del niño en la **parte inferior de la rueda**.
  - Determine la **fuerza ejercida por el asiento** del niño en la **parte superior de la rueda**.



* Deje las respuestas en términos de mg.

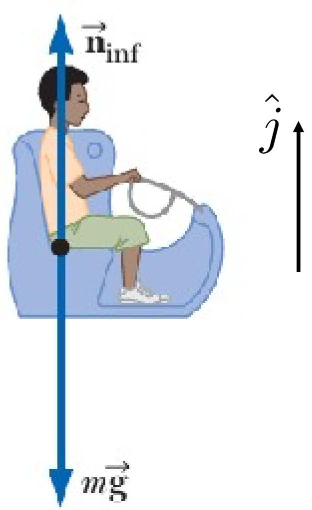
Ejemplo 2

- Un niño de **masa** *m* se sube en una rueda de la fortuna como se muestra en la figura. El niño se mueve en un **círculo** vertical de **radio** 10.0 m **rapidez constante** de 3.00 m/s.
  - → Determine la **fuerza ejercida por el asiento** del niño en la **parte inferior de la rueda**.

Ecuación de movimiento

$$n_{\text{inf}} - mg = +m\frac{v^2}{r}$$

Aceleración centrípeta va hacia arriba (centro del círculo)

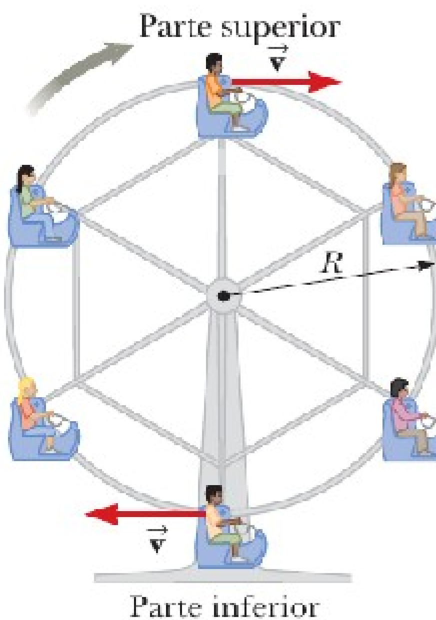


Despejamos:

$$n_{\text{inf}} = mg\left(1 + \frac{v^2}{gr}\right)$$

$$= mg\left(1 + \frac{(3\ \text{m/s})^2}{9.8\ \text{m/s}^2\ 10\ \text{m}}\right)$$

$$\longrightarrow \boxed{n_{\text{inf}} = 1.09mg}$$



* Deje las respuestas en términos de mg.

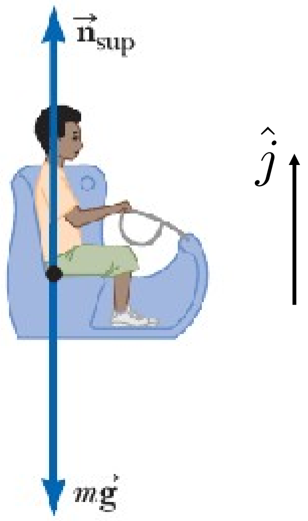
Ejemplo 2

- Un niño de **masa** *m* se sube en una rueda de la fortuna como se muestra en la figura. El niño se mueve en un **círculo** vertical de **radio** 10.0 m **rapidez constante** de 3.00 m/s.
  - → Determine la **fuerza ejercida por el asiento** del niño en la **parte superior de la rueda**.

<u>**Ecuación de movimiento**</u>

$$n_{\text{sup}} - mg = -m\frac{v^2}{r}$$

Aceleración centrípeta va hacia abajo (centro del círculo)

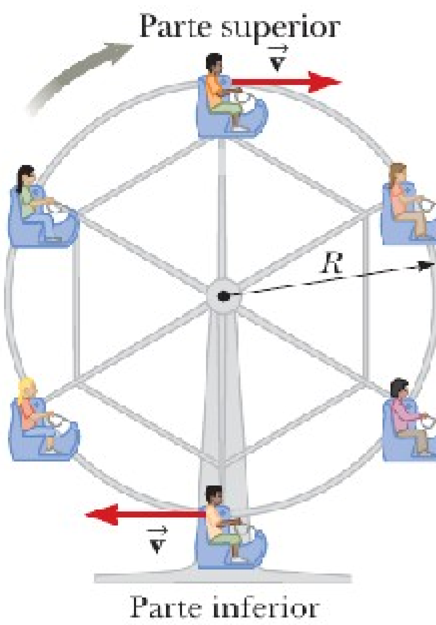


Despejamos:

$$n_{\text{sup}} = mg\left(1 - \frac{v^2}{gr}\right)$$

$$= mg\left(1 - \frac{(3\ \text{m/s})^2}{9.8\ \text{m/s}^2\ 10\ \text{m}}\right)$$

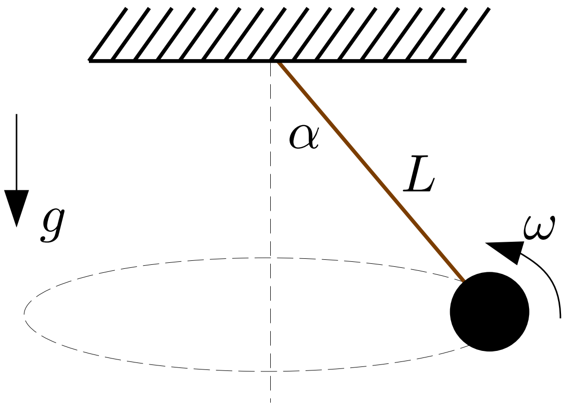
$$\longrightarrow \boxed{n_{\text{sup}} = 0.91mg}$$



* Deje las respuestas en términos de mg.

Ejemplo 3

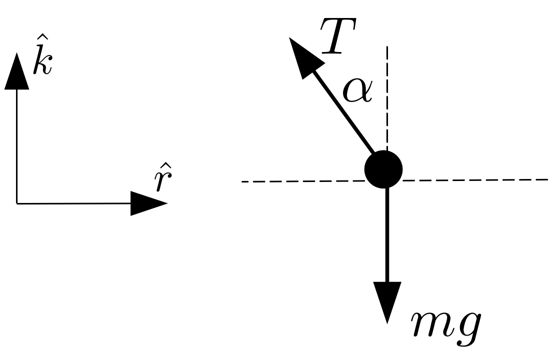
- Una pelota es sujetada por una **cuerda ideal** de largo L. Si el cuerpo gira manteniendo una **altura constante** con una velocidad angular constante conocida ω . Encuentre el ángulo α.

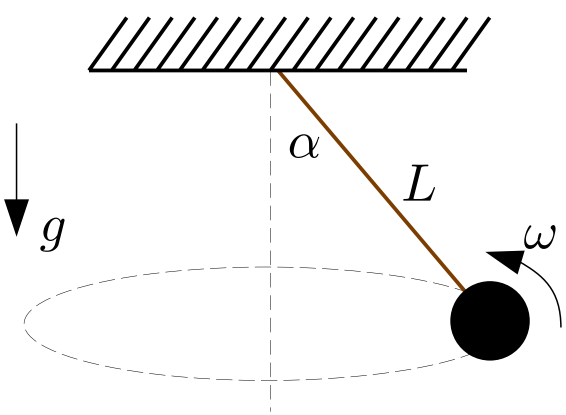


Ejemplo 3

- Una pelota es sujetada por una **cuerda ideal** de largo L. Si el cuerpo gira manteniendo una **altura constante** con una velocidad angular constante conocida ω . Encuentre el ángulo α.

DCL:





Ecuaciones de movimiento:

$$r: \quad F_r = -T\sin\alpha = ma_c = -m(L\sin\alpha)\omega^2$$

$$z: \quad F_z = T\cos\alpha - mg = ma_z = 0$$

De la ecuación en r :

$$\longrightarrow \quad T = mL\omega^2$$

De la ecuación en z:

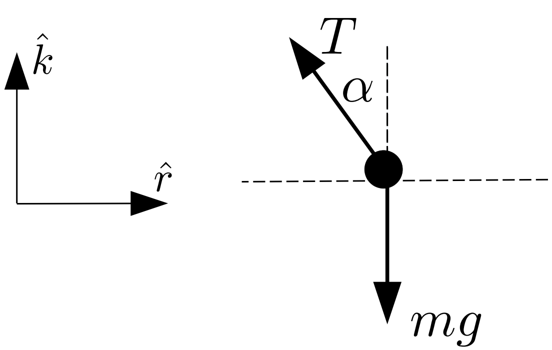
$$\longrightarrow \quad T\cos\alpha = mg \quad \longrightarrow \quad \cos\alpha = \frac{mg}{T} = \frac{g}{L\omega^2}$$

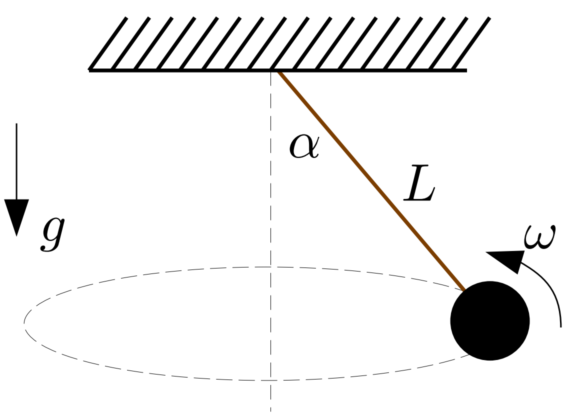
$$\longrightarrow \quad \boxed{\alpha = \arccos\left(\frac{g}{L\omega^2}\right)}$$

Ejemplo 3

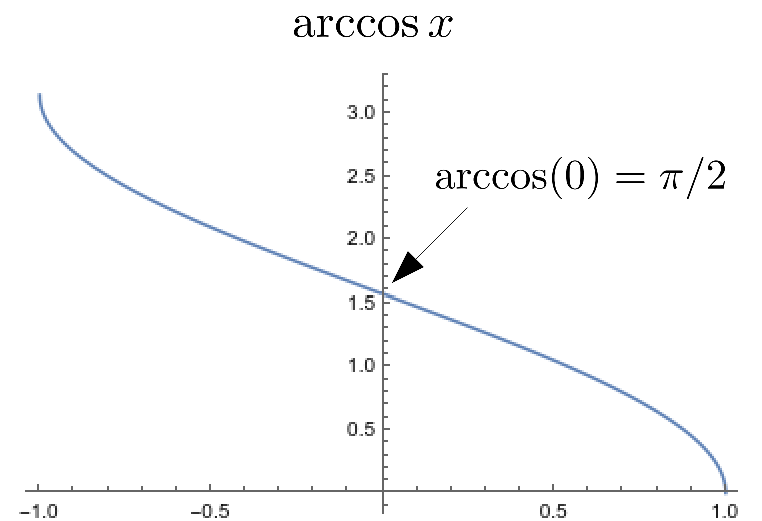
- Una pelota es sujetada por una **cuerda ideal** de largo L. Si el cuerpo gira manteniendo una **altura constante** con una velocidad angular constante conocida ω . Encuentre el ángulo α.

<u>**DCL:**</u>





$$\longrightarrow \boxed{\alpha = \arccos\left(\frac{g}{L\omega^2}\right)}$$



Para ω muy grande, tenemos que $\alpha = \pi/2$,
Tal como uno esperaría.

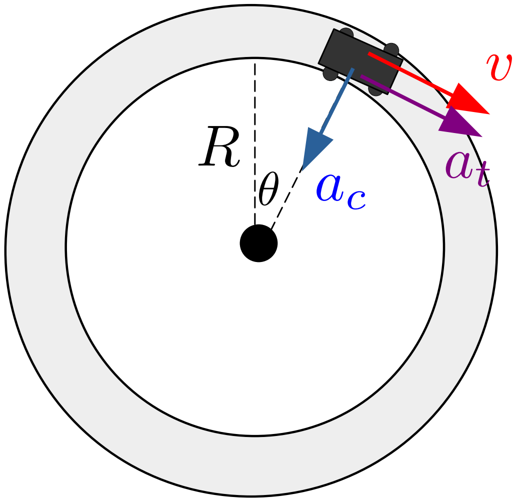
Clase 16 & 17

- Clase 16:
  - Movimiento circular uniforme y fueza centrípeta.
  - **Movimiento circular no uniforme.**
- Clase 17:
  - Ley de Hooke.

- Bibliografía recomendada:
  - Serway (6.1, 6.2, 7.4).

Movimiento circular no uniforme

- Recordemos que en un **movimiento circular no uniforme**:



Rapidez no es constante: $v = R\dot{\theta}$

Aceleración centrípeta: $a_c = R\dot{\theta}^2 = \dfrac{v^2}{R}$

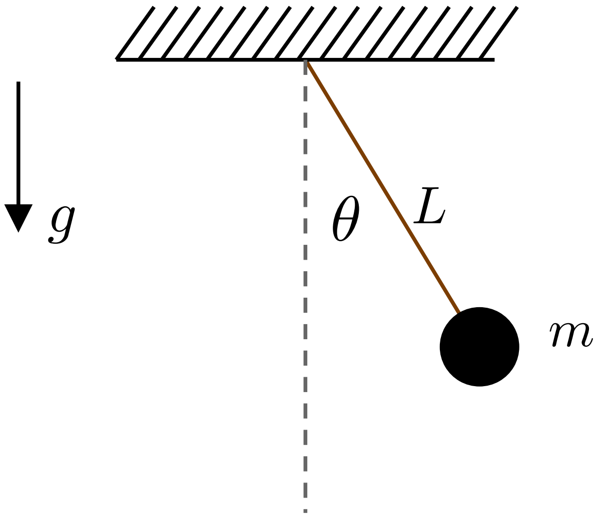
Aceleración tangencial: $a_t = R\ddot{\theta}$

- La **velocidad** y **aceleración angulares** no son necesariamente constantes.

$$\omega = \dot{\theta}, \qquad \alpha = \ddot{\theta}.$$

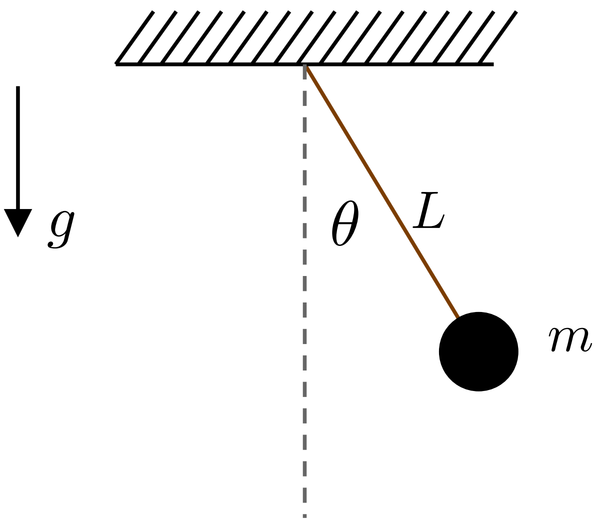
Ejemplo 4: Péndulo simple

- Una **cuerda ideal** de largo L sujeta un objeto de masa m que puede moverse (oscilar) en un **plano**. Encuentre la **ecuación de movimiento**. Considere el efecto de la **gravedad**.

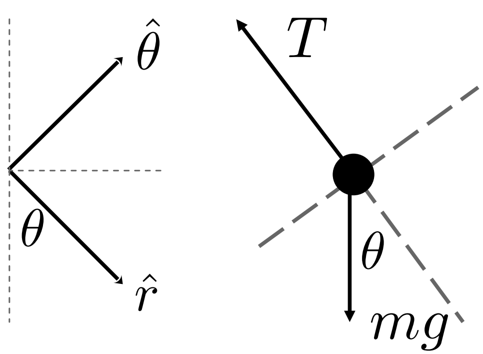


Ejemplo 4: Péndulo simple

- Una **cuerda ideal** de largo L sujeta un objeto de masa m que puede moverse (oscilar) en un **plano**. Encuentre la **ecuación de movimiento**. Considere el efecto de la **gravedad**.



DCL



Ecuaciones de movimiento

$$r: \quad F_r = mg\cos\theta - T = ma_c = -mL\dot{\theta}^2$$

$$\theta: \quad F_\theta = -mg\sin\theta = ma_t = mL\ddot{\theta}$$

$$\longrightarrow \quad T = m(g\cos\theta + L\dot{\theta}^2)$$

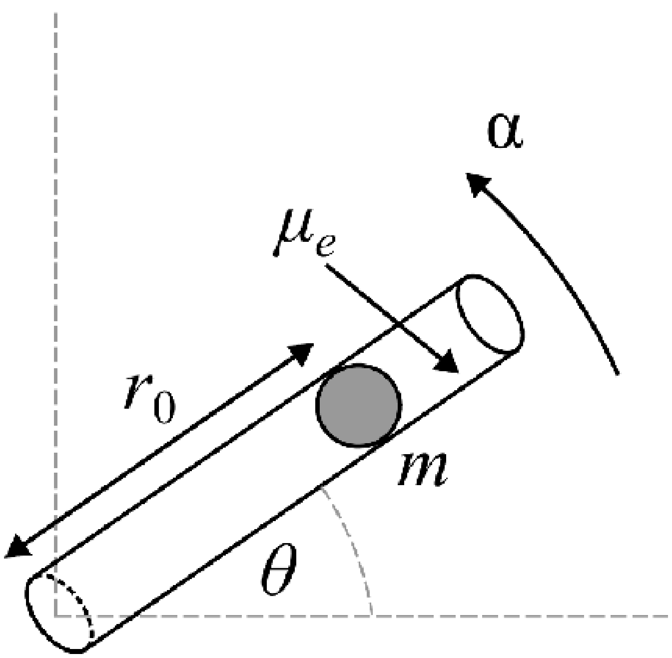
$$\longrightarrow \quad \boxed{\ddot{\theta} + \omega^2\sin\theta = 0}$$

$$\omega^2 = g/L$$

Ejemplo 5

- Una esfera de **masa** m es colocada dentro de un tubo que gira con **aceleración angular constante** conocida α y que tiene un **coeficiente de roce estático** μ_e. Si la esfera es colocada a una distancia r_0 del eje de rotación y el tubo tiene una **velocidad angular inicial nula**, entonces:
  - Encuentre la magnitud de la fuerza de **roce estático**.
  - Encuentre el **tiempo** desde el que la esfera **comienza a deslizar**.

No considere gravedad.

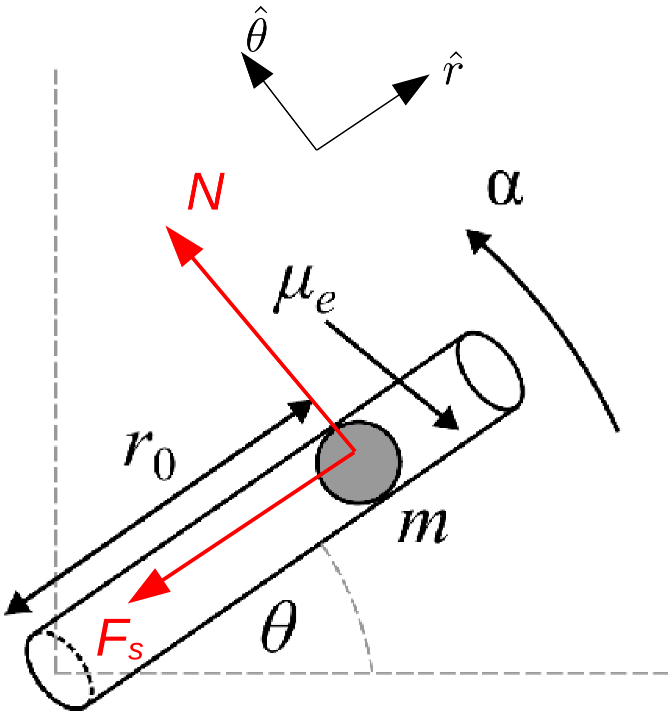


Ejemplo 5

- Una esfera de **masa** m es colocada dentro de un tubo que gira con **aceleración angular constante** conocida α y que tiene un **coeficiente de roce estático** μ_e. Si la esfera es colocada a una distancia r_0 del eje de rotación y el tubo tiene una **velocidad angular inicial nula**, entonces:
  - Encuentre la magnitud de la fuerza de **roce estático**.

No considere gravedad.

DCL

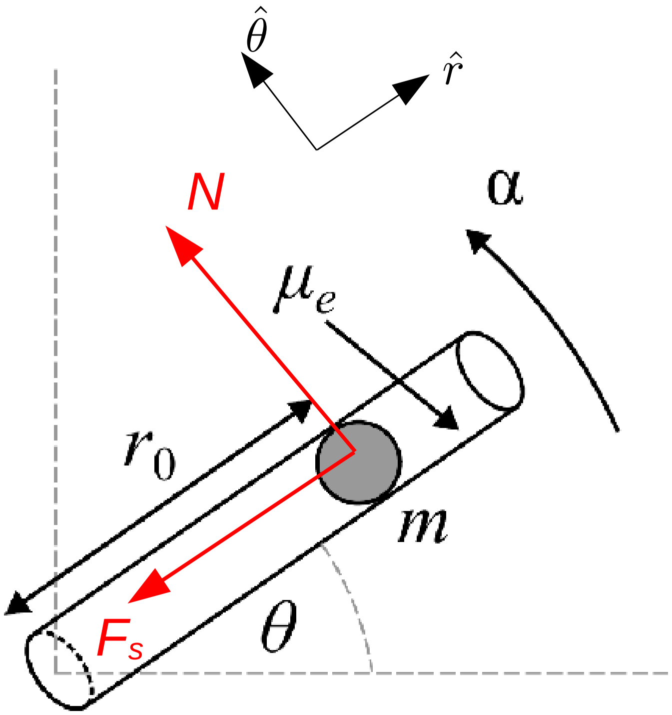


Ejemplo 5

- Una esfera de **masa** m es colocada dentro de un tubo que gira con **aceleración angular constante** conocida α y que tiene un **coeficiente de roce estático** μ_e. Si la esfera es colocada a una distancia r_0 del eje de rotación y el tubo tiene una **velocidad angular inicial nula**, entonces:
  - Encuentre la magnitud de la fuerza de **roce estático**.

No considere gravedad.

DCL



Ecuaciones de movimiento

$\dot{\theta} = \alpha\, t$

$$r: \quad F_r = -F_s = ma_r = -mr_0(\alpha t)^2$$

$$\theta: \quad F_\theta = N = ma_\theta = mr_0\alpha$$

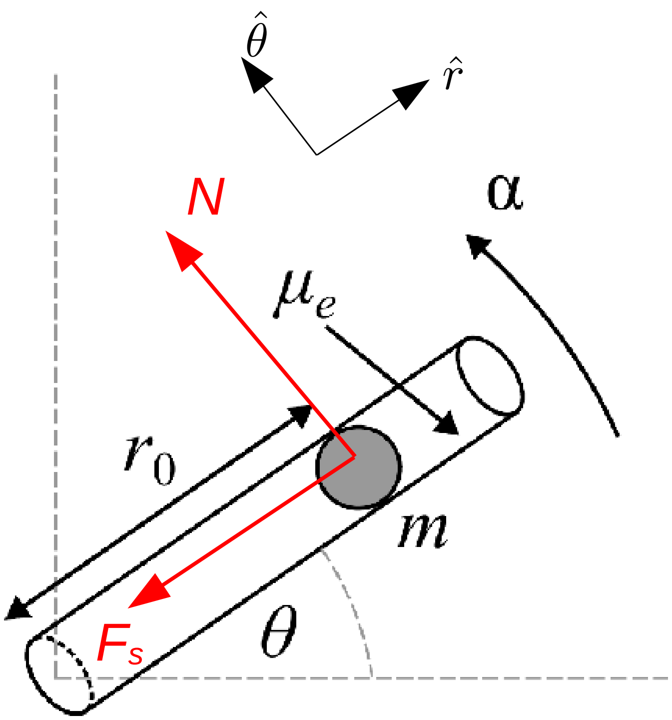
La magnitud de la fuerza de roce es simplemente:

$$\boxed{F_s = mr_0(\alpha t)^2}$$

Ejemplo 5

- Una esfera de **masa** m es colocada dentro de un tubo que gira con **aceleración angular constante** conocida α y que tiene un **coeficiente de roce estático** μ_e. Si la esfera es colocada a una distancia r_0 del eje de rotación y el tubo tiene una **velocidad angular inicial nula**, entonces:
  - Encuentre el **tiempo** desde el que la esfera **comienza a deslizar**.

DCL



Ecuaciones de movimiento

$\dot{\theta} = \alpha\, t$

$$r: \quad F_r = -F_s = m a_r = -m r_0 (\alpha t)^2$$

$$\theta: \quad F_\theta = N = m a_\theta = m r_0 \alpha$$

La esfera comienza a deslizar cuando:

$$F_s = \mu_e N = \mu_e m r_0 \alpha = m r_0 \alpha^2 t^2$$

$$\longrightarrow \boxed{t = \sqrt{\frac{\mu_e}{\alpha}}}$$

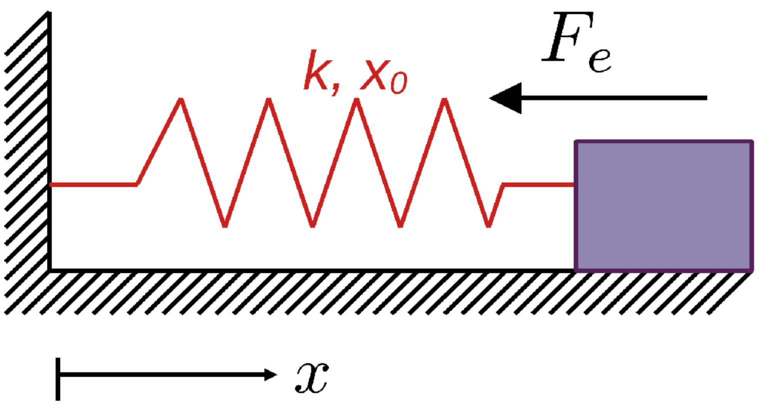
Clase 16 & 17

- Clase 16:
  - Movimiento circular uniforme y fueza centrípeta.
  - Movimiento circular no uniforme.
- Clase 17:
  - **Ley de Hooke.**

- Bibliografía recomendada:
  - Serway (6.1, 6.2, 7.4).

Fuerza elástica: Ley de Hooke

- Un **resorte** ejerce una **fuerza elástica** (de restitución) dictada por la **Ley de Hooke**

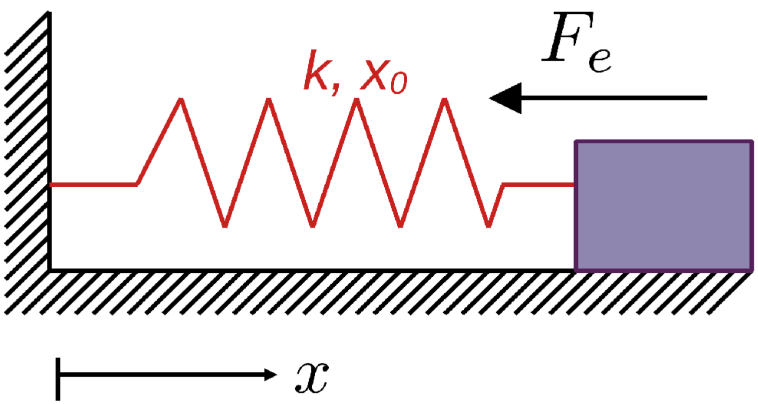


$$\boxed{F_e = -k\Delta x}$$

- *k* es la **constante elástica** y depende del material.
- Δx es la **elongación** o desplazamiento desde la **posición natural**.
- x_0 es la **posición de natural** (de equilibrio) del elástico/resorte.

Fuerza elástica: Ley de Hooke

- Es necesario ser consistente al definir el **desplazamiento** *Δx*.



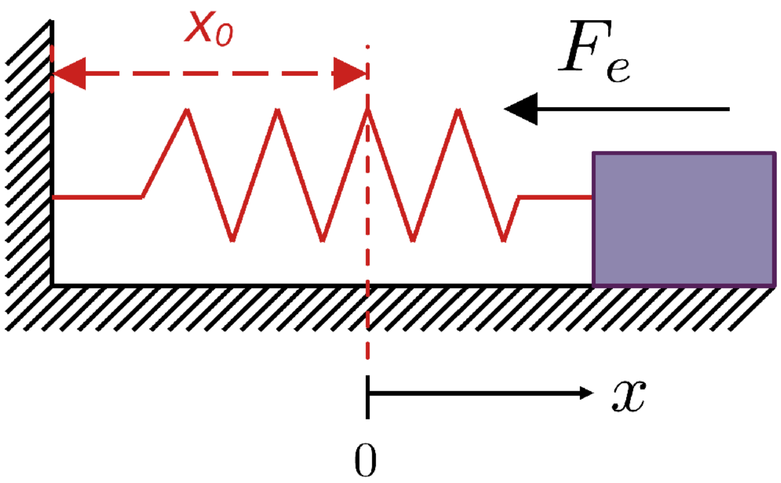
$$\boxed{F_e = -k\Delta x}$$

- Si definimos el punto *x*=0 desde la pared, entonces

$$\Delta x = x - x_0 \quad \longrightarrow \quad F_e = -k(x - x_0)$$

Fuerza elástica: Ley de Hooke

- Es necesario ser consistente al definir el **desplazamiento** *Δx*.



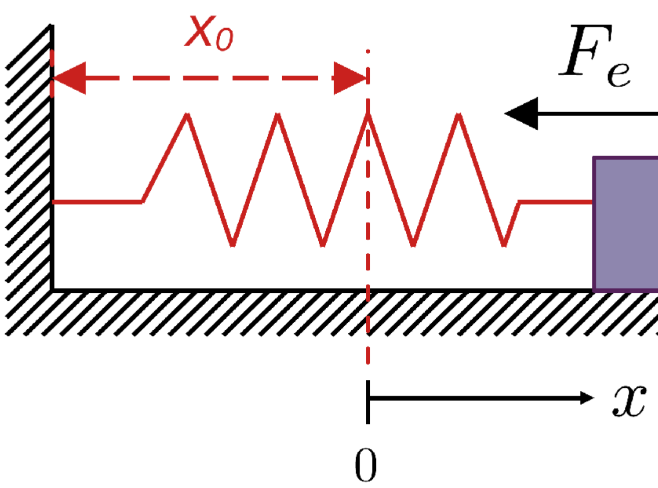
$$\boxed{F_e = -k\Delta x}$$

- Si definimos el punto *x*=0 desde el punto de equilibrio,

$$\Delta x = x \quad \longrightarrow \quad F_e = -kx$$

Fuerza elástica: Ley de Hooke

- Es necesario ser consistente al definir el desplazamiento *Δx*.



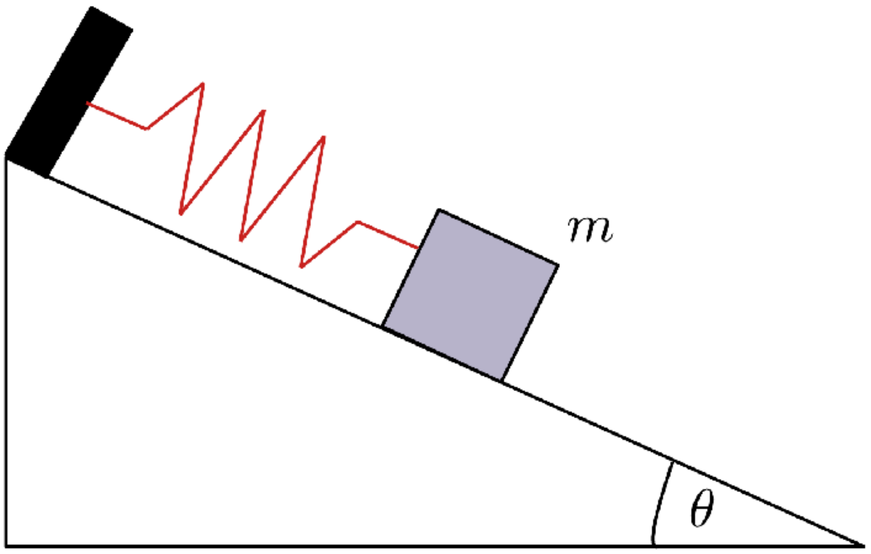
$$\boxed{F_e = -k\Delta x}$$

- Si el bloque tiene una masa *m*, la ecuación de movimiento

$$F_x = -kx = m\ddot{x} \quad \longrightarrow \quad \boxed{\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0}$$

Ejemplo 6: Plano inclinado con un resorte

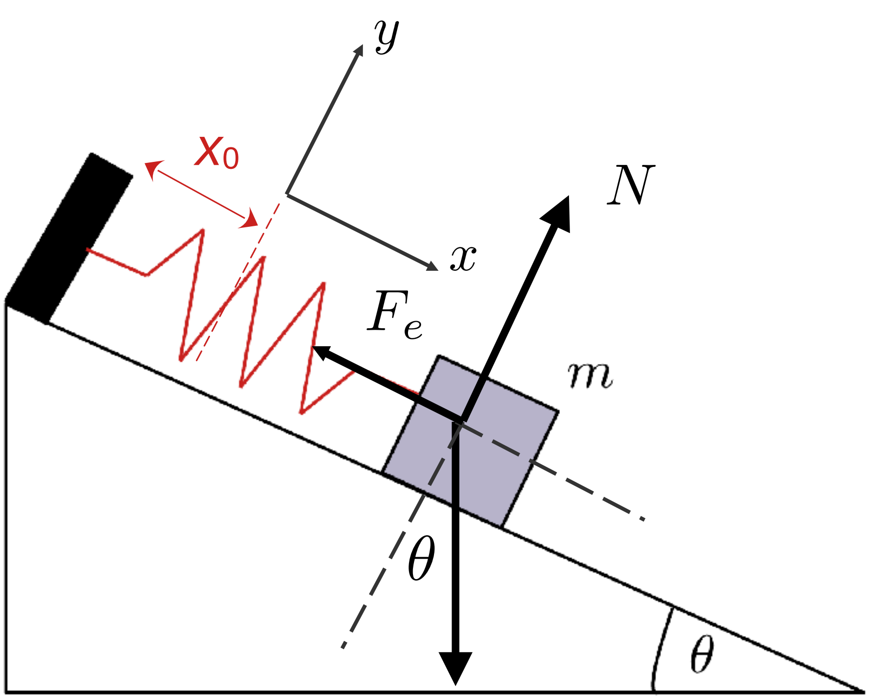
- Un bloque de **masa** m se encuentra sobre la superficie de un **plano inclinado** con un ángulo θ con respecto a la horizontal. Si un resorte de **constante elástica** k sujeta el bloque como muestra la figura. Encuentre:
    - El **desplazamiento** del resorte con respecto a su largo natural si el bloque se encuentra en **reposo**.
    - El **desplazamiento** del elástico con respecto a su largo natural de tal manera que la **aceleración** del bloque tenga un **magnitud** de g.



Ejemplo 6: Plano inclinado con un resorte

- Un bloque de **masa** m se encuentra sobre la superficie de un **plano inclinado** con un ángulo θ con respecto a la horizontal. Si un resorte de **constante elástica** k sujeta el bloque como muestra la figura. Encuentre:
  - El **desplazamiento** del resorte con respecto a su largo natural si el bloque se encuentra en **reposo**.

DCL



Ecuaciones de movimiento:

$$x: \quad F_x = mg\sin\theta - kx = ma_x$$

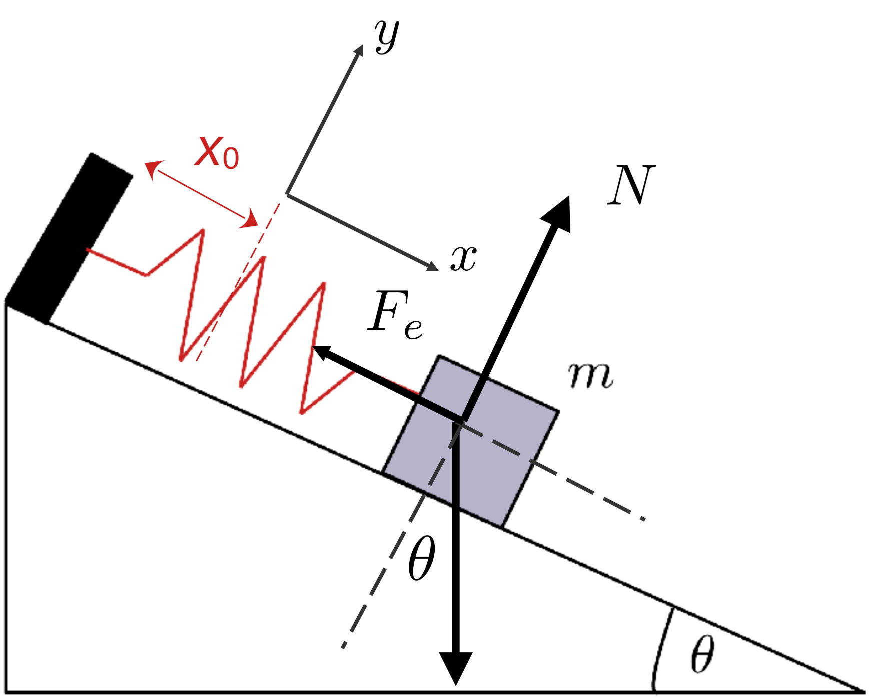
$$y: \quad F_y = N - mg\cos\theta = 0$$

$$a_x = 0 \longrightarrow \boxed{\Delta x^* = \frac{mg\sin\theta}{k}}$$

Ejemplo 6: Plano inclinado con un resorte

- Un bloque de **masa** m se encuentra sobre la superficie de un **plano inclinado** con un ángulo θ con respecto a la horizontal. Si un resorte de **constante elástica** k sujeta el bloque como muestra la figura. Encuentre:
  - El **desplazamiento** del elástico con respecto a su largo natural de tal manera que la **aceleración** del bloque tenga un **magnitud** de g.

DCL



Ecuaciones de movimiento:

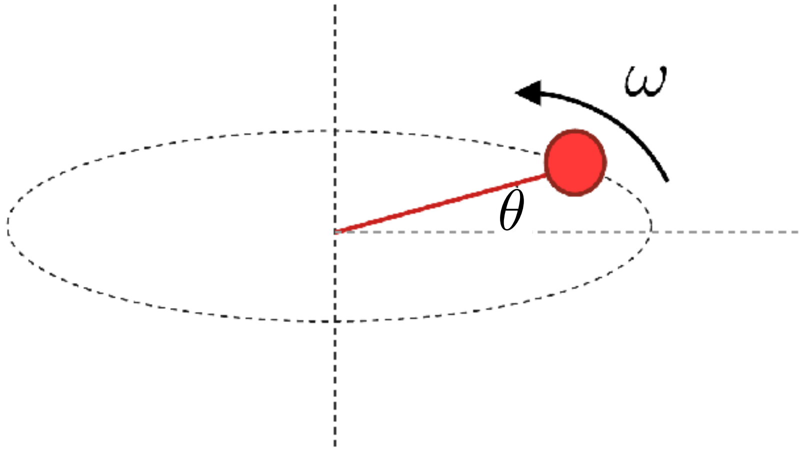
$$x: \quad F_x = mg\sin\theta - kx = ma_x$$

$$y: \quad F_y = N - mg\cos\theta = 0$$

$$a_x = \pm g \longrightarrow \boxed{\Delta x^* = \frac{mg(\sin\theta \mp 1)}{k}}$$

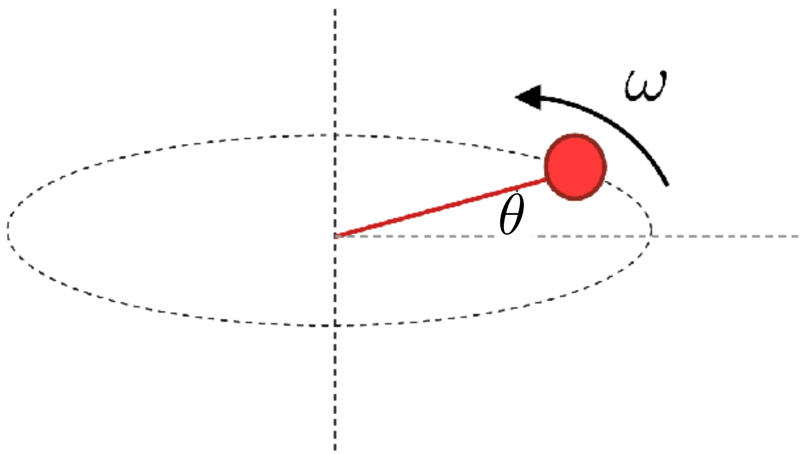
Ejemplo 7

- Una pelota **gira** atada a un **elástico** de **largo natural** r_0 y **constante elástica** k . Despreciando el efecto de la gravedad, encuentre el **largo** que toma el elástico de tal manera que este largo se mantenga **constante**. Encuentre este largo en función de la **velocidad angular constante** ω.



Ejemplo 7

- Una pelota **gira** atada a un **elástico** de **largo natural** r_0 y **constante elástica** k . Despreciando el efecto de la gravedad, encuentre el **largo** que toma el elástico de tal manera que este largo se mantenga **constante**. Encuentre este largo en función de la **velocidad angular constante** ω.

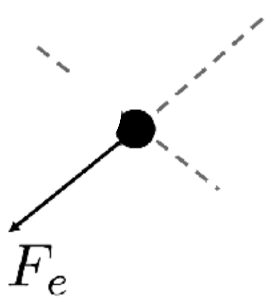


Ecuaciones de movimiento:

$$r: \quad F_r = -k(r^* - r_0) = ma_c = -mr^*\omega^2$$

$$\longrightarrow \quad \boxed{r^* = \frac{kr_0}{k - m\omega^2}}$$

DCL



- El limite cuando k tiende a infinito corresponde a una cuerda ideal.
- A mayor velocidad angular, mayor largo r^*. En particular diverge cuando $k{=}m\omega^2$, pero un elástico real se rompería mucho antes.

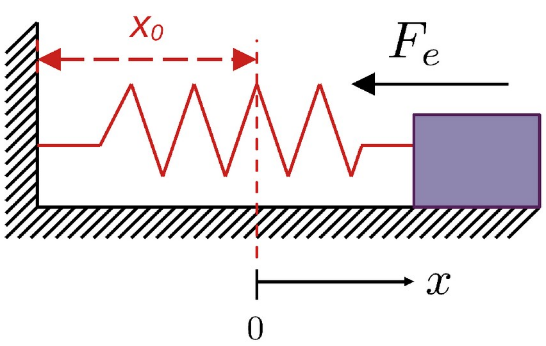
Movimiento armónico simple

- Un movimiento armónico simple es aquel descrito por una **ecuación de movimiento** del tipo

$$\boxed{\ddot{x} + \omega^2 x = 0}$$

donde ω es la **frecuencia de oscilación** (frecuencia natural).

- En el ejemplo anterior:



$$\ddot{x} + \underbrace{\boxed{\frac{k}{m}}}_{\omega^2} x = 0$$

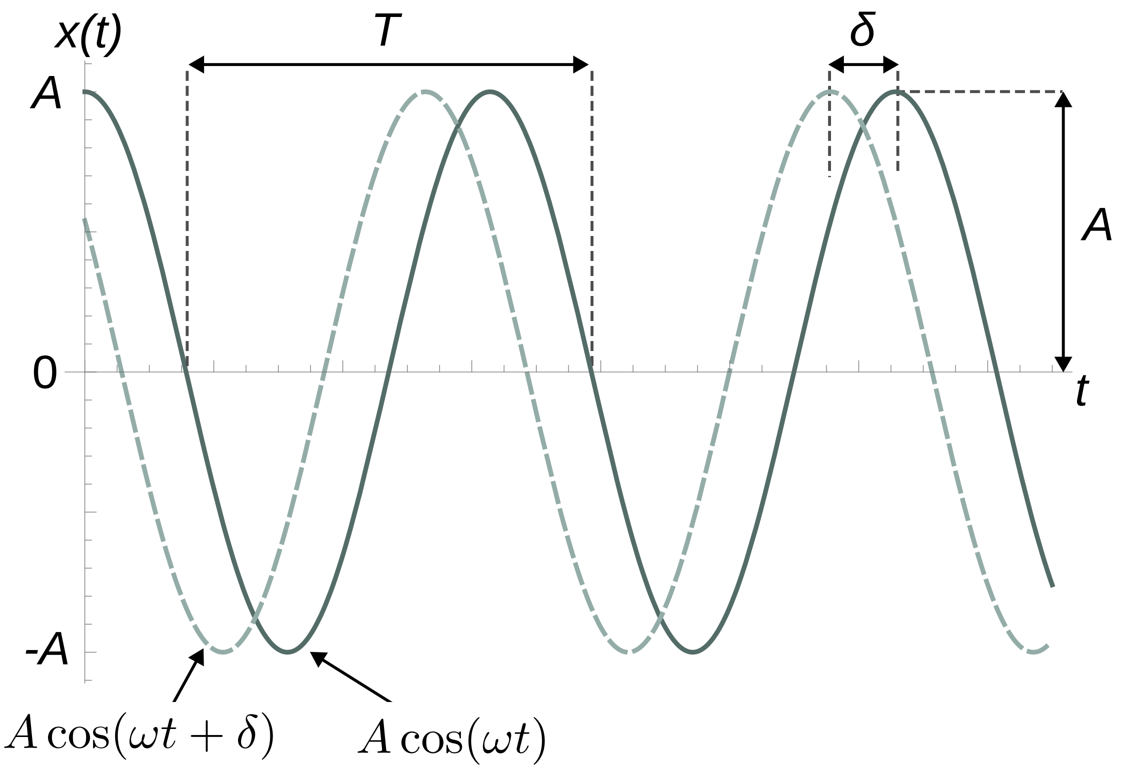
Movimiento armónico simple

- La solución es:

$$\boxed{x(t) = A\cos(\omega\, t + \delta)}$$

donde A es la **amplitud** y δ es la **fase**.

- La amplitud tiene unidades de distancia.
- La fase es medida en radianes (ángulos).



Movimiento armónico simple

- La **frecuencia angular** ω se mide en $\mathrm{rad/s}$.
- La **frecuencia rotacional**

$$f = \frac{\omega}{2\pi}$$

- En el SI se mide en **Hertz** $\mathrm{s}^{-1} = \mathrm{Hz}$.
- El **período** en SI se mide en segundos.

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f}$$

Oscilación de un péndulo

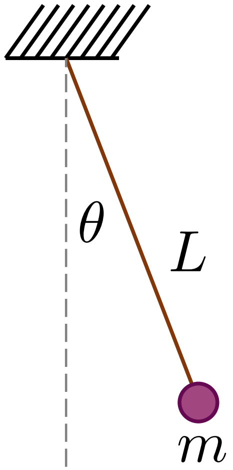
- Como vimos anteriormente, la ecuación de movimiento de un **péndulo simple** es:

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{L}\sin\theta = 0.$$

- Cuando los **ángulos son pequeños**:

$$\sin\theta \approx \theta \longrightarrow \boxed{\ddot{\theta} + \omega^2\theta = 0}$$

Ángulos menores que ~15°



- Que corresponde a un **oscilación armónico simple** con frecuencia

$$\omega = \sqrt{g/L}$$

- Esto se conoce como la aproximación de **pequeñas oscilaciones**.

Resumen

- Revisamos ejemplos de dinámica de **movimientos circulares**.
- Definimos la **fuerza centrípeta**.
- Enunciamos la **Ley de Hooke**.
- Próxima clase:
    - Trabajo y energía.