UNIVERSIDAD ADOLFO IBÁÑEZ

FACULTAD DE INGENIERÍA Y CIENCIAS

FISICA I (FIS101)

Clase 20

Resumen Dinámica

Felipe Isaule

Jueves 18 de Mayo de 2026

felipeisaule.github.io

felipe.isaule.r@edu.uai.cl

Clase 21

- <u>Clase 21:</u>
  - Impulso y momentum.
  - Conservación del momentum.

- Bibliografía recomendada:
  - Serway (9.1, 9.2, 9.3).

Leyes de Newton

- Primera Ley (Principio de Inercia)

$$\vec{a} = 0$$

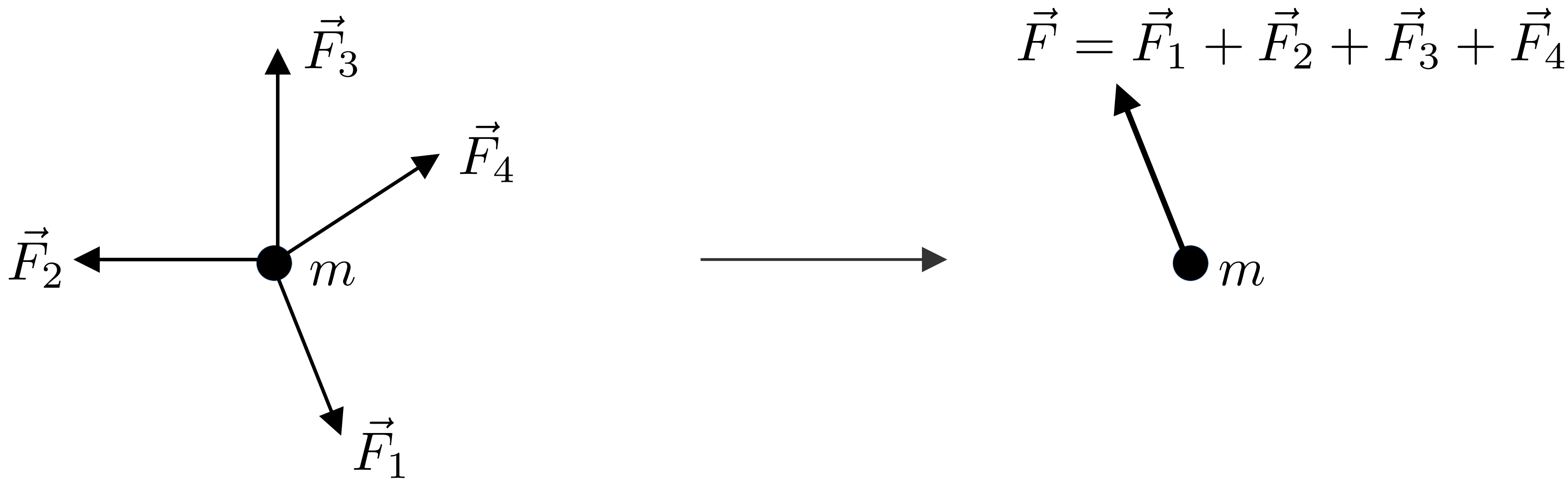
- Segunda Ley (Ley fundamental de la Dinámica)

$$\vec{F} = m\,\vec{a} \longrightarrow \text{Ecuación de movimiento}$$

- Tercera Ley (Principio de acción y reacción)

Diagrama de cuerpo libre (DCL)

- En un **diagrama de cuerpo libre** o DCL dibujamos todas las fuerzas aplicadas sobre un objeto:

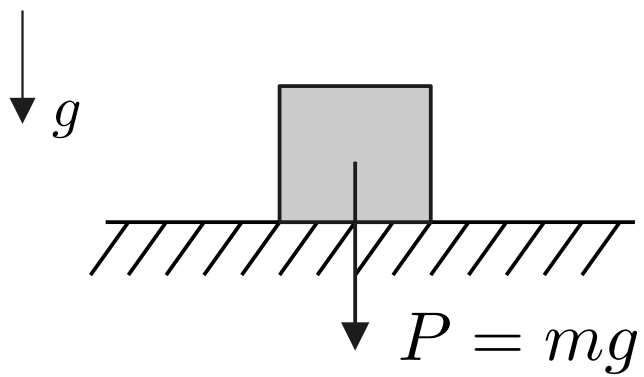


Estrategia general de resolución de problemas

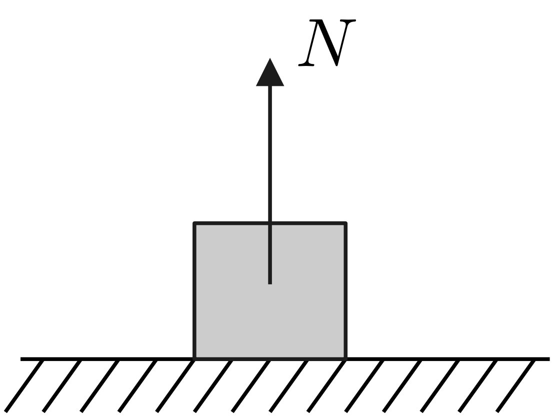
1) Seleccionar el **sistema de coordenadas** inercial.
2) Dibujar el **diagrama de cuerpo libre**.
3) Identificar las incógnitas.
4) Identificar y **descomponer** los componentes de las fuerzas si el problema lo requiere.
5) Formular las **ecuaciones de movimiento** a partir de $F = m\,a$ para cada componente.
6) Resolver la **cinemática** del problema.

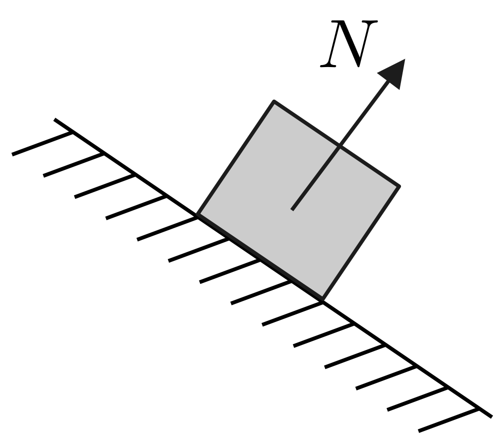
Peso y normal

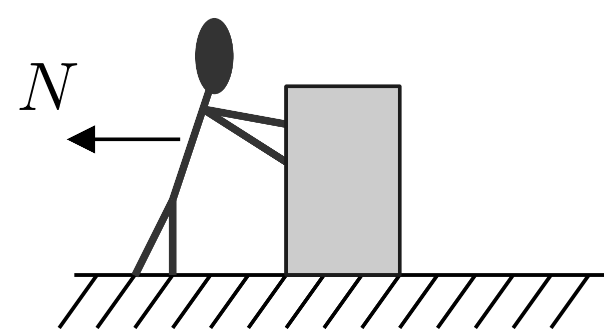
- El **peso** P es una fuerza constante aplicada sobre un cuerpo de masa m y va siempre en la **dirección de la superficie**.



- La **normal** N es una fuerza de contacto

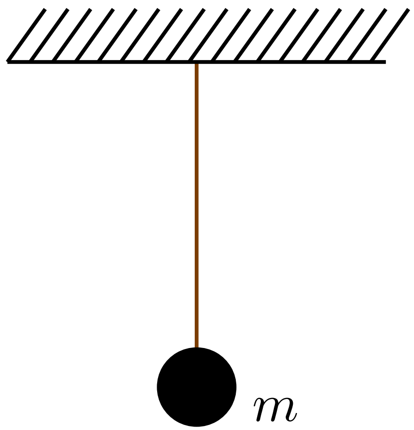




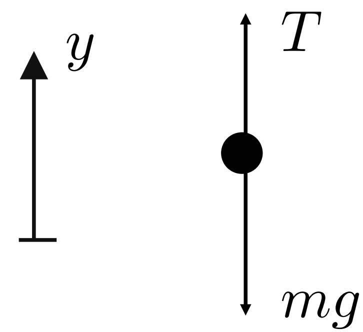


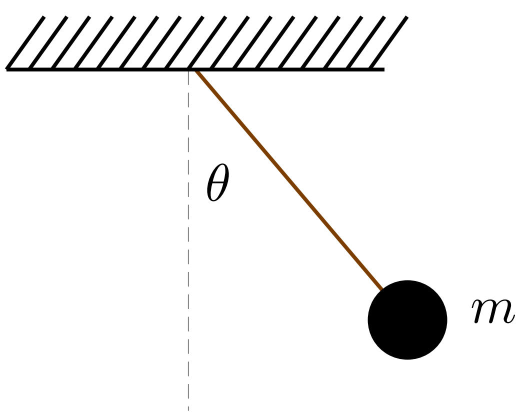
Tensión

- Una **cuerda ideal** con una fuerza llamada **tensión** T. Esta tensión es **constante a través de la cuerda**.

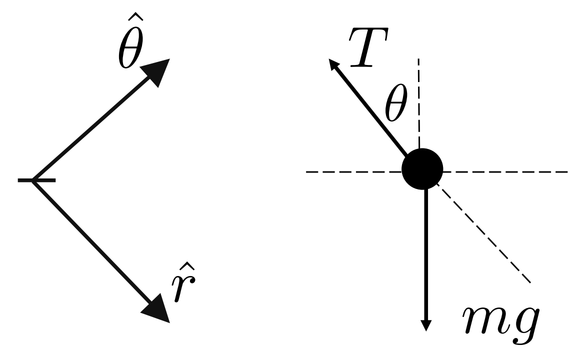


DCL



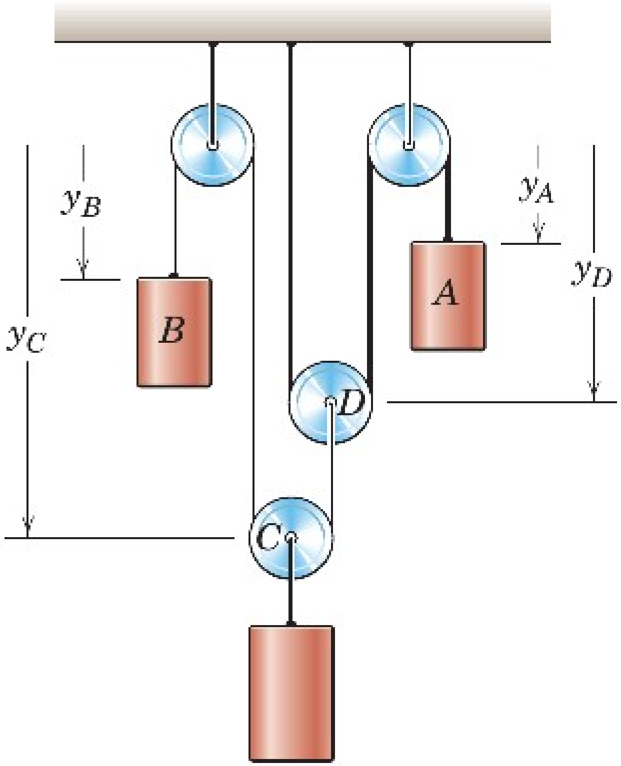


DCL



Ligaduras

- En problemas de **ligaduras** existe una **restricción** entre las coordenadas que describen cada cuerpo en movimiento.
- Al imponer las **condiciones de ligaduras** se **reduce el número de grados de libertad**.



- Las ecuaciones de ligaduras se combinan con las ecuaciones de movimiento.
- Se debe obtener el mismo número de ecuaciones y de incógnitas.

Fuerzas de roce de contacto

- Si dos cuerpos están en reposo entre sí, se ejerce una fuerza de **roce estático** que impide que los cuerpos se muevan.

- El roce estático es variable, pero toma un **valor máximo**

$$|\vec{F}_s| \leq \mu_s|\vec{N}| = F_{s,\max}\,.$$

- Ya en movimiento, los cuerpos también ejercen una fuerza de **roce dinámico** que se **opone al movimiento**. Está dado por:

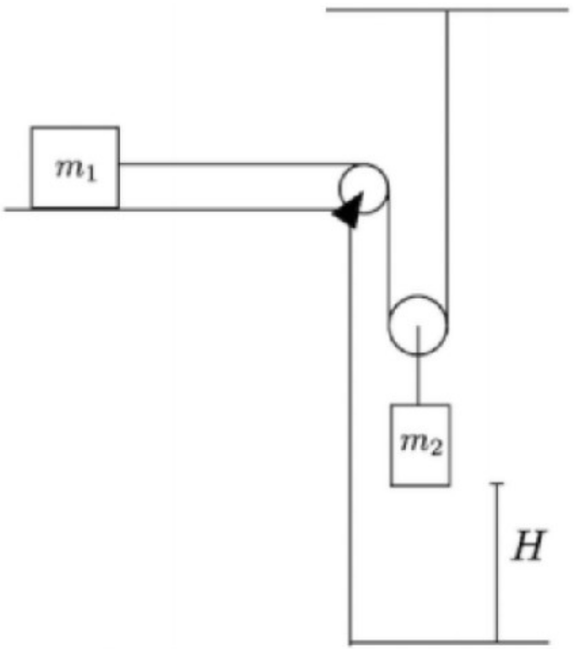
$$|\vec{F}_d| = \mu_d|\vec{N}|$$

- Ambas fuerzas siempre son **paralelas** a la superficie de contacto y se oponen al movimiento.

- Experimentalmente se tiene que $\mu_s > \mu_d$.

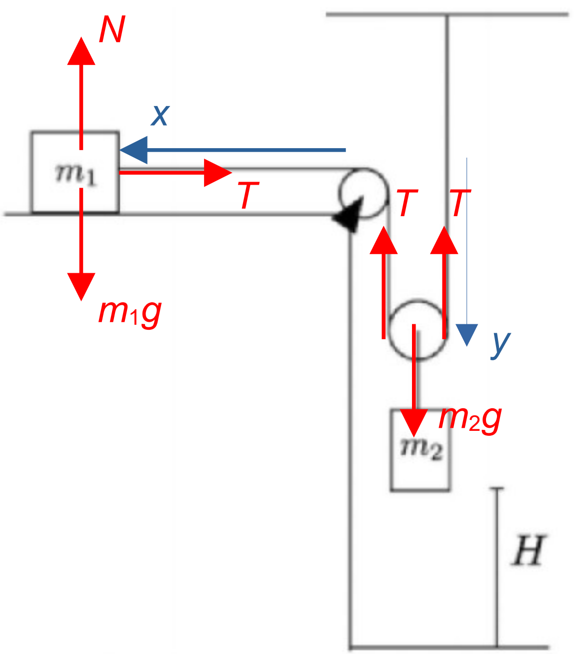
Ejemplo 1

- En el sistema de la figura, el bloque de **masa** m_1 se mueve sobre una superficie horizontal y está conectado, a través de una **cuerda ideal**, a una **polea** que se **puede mover verticalmente**. El bloque de **masa** m_2 está unido a la polea por otra **cuerda ideal**. Calcule la **tensión** sobre la cuerda considerando que la superficie horizontal es lisa, es decir, **no hay roce**.



Ejemplo 1

- En el sistema de la figura, el bloque de **masa** m_1 se mueve sobre una superficie horizontal y está conectado, a través de una **cuerda ideal**, a una **polea** que se **puede mover verticalmente**. El bloque de **masa** m_2 está unido a la polea por otra **cuerda ideal**. Calcule la **tensión** sobre la cuerda considerando que la superficie horizontal es lisa, es decir, **no hay roce**.



Las ecuaciones de movimiento:

$$-T = m_1\ddot{x}$$

$$m_2 g - 2T = m_2\ddot{y} \quad \longrightarrow \quad m_2 g + 2m_1\ddot{x} = m_2\ddot{y}$$

De la condición de ligadura:

$$L = x + 2y + \text{ctes.} \quad \longrightarrow \quad \ddot{x} + 2\ddot{y} = 0$$

Remplazando en la ecuación del bloque m_2:

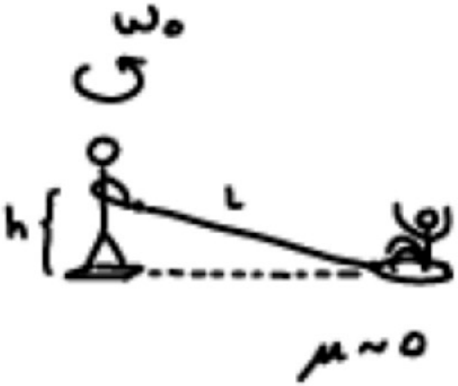
$$m_2 g + 2m_1\ddot{x} = -\frac{m_2\ddot{x}}{2} \quad \longrightarrow \quad \ddot{x} = -\frac{2m_2 g}{4m_1 + m_2}$$

Remplazando en la ecuación del bloque m_1:

$$\longrightarrow \quad \boxed{T = \frac{2m_1 m_2 g}{4m_1 + m_2}}$$

Ejemplo 2

- Dos hermanos de igual **masa** m juegan en una **superficie con hielo**. Uno de ellos se encuentra **fijo en el suelo** por medio de zapatos con clavos, mientras que el segundo se sienta en una **plataforma de masa despreciable**, que puede deslizar sobre el hielo. El hermano fijo tira del hermano deslizante, mediante una **cuerda ideal** de **largo** L desde una **altura** h, de tal forma que el hermano en la plataforma describe un círculo girando con **velocidad angular constante** ω_0.
  - Calcule la **tensión** que mantiene la cuerda.
  - Determine cada **normal** con que el hielo sostiene a cada hermano.
  - Determine el **valor** de ω_0 para que el hermano que gira **despegue del piso**.



Ejemplo 2

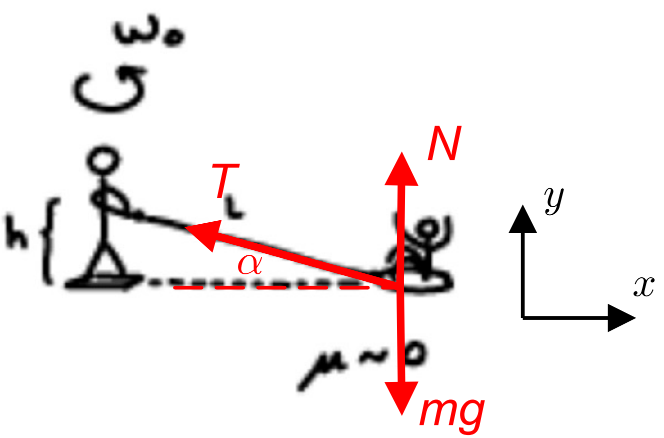
- Dos hermanos de igual **masa** m juegan en una **superficie con hielo**. Uno de ellos se encuentra **fijo en el suelo** por medio de zapatos con clavos, mientras que el segundo se sienta en una **plataforma de masa despreciable**, que puede deslizar sobre el hielo. El hermano fijo tira del hermano deslizante, mediante una **cuerda ideal** de **largo** L desde una **altura** h, de tal forma que el hermano en la plataforma describe un círculo girando con **velocidad angular constante** ω_0.
  - Calcule la **tensión** que mantiene la cuerda.

Ecuaciones de movimiento:

$$\hat{x}: \quad -T\cos\alpha = -ma_c$$

$$\hat{y}: \quad T\sin\alpha + N - mg = 0$$

DCL:



La aceleración centrípeta es:

$$a_c = R\omega_0^2$$

El radio es:

$$R = L\cos\alpha$$

Utilizando la ecuación en *x*:

$$-T\cos\alpha = -m(L\cos\alpha)\omega_0^2 \quad \longrightarrow \quad \boxed{T = mL\omega_0^2}$$

Ejemplo 2

- Dos hermanos de igual **masa** m juegan en una **superficie con hielo**. Uno de ellos se encuentra **fijo en el suelo** por medio de zapatos con clavos, mientras que el segundo se sienta en una **plataforma de masa despreciable**, que puede deslizar sobre el hielo. El hermano fijo tira del hermano deslizante, mediante una **cuerda ideal** de **largo** L desde una **altura** h, de tal forma que el hermano en la plataforma describe un círculo girando con **velocidad angular constante** ω_0.
  - Determine cada **normal** con que el hielo sostiene a cada hermano.

Para obtener la normal utilizamos la ecuación en *y*:

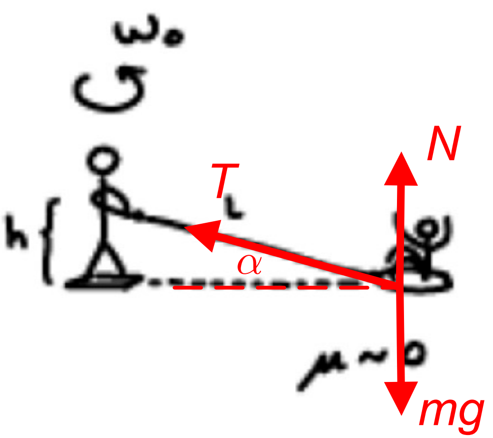
$$T \sin \alpha + N - mg = 0$$

Remplazando la tensión y usando que $\sin\alpha = h/L$:

$$mL\omega_0^2 \frac{h}{L} + N - mg = 0$$

Obtenemos:

$$\longrightarrow \boxed{N = m(g - \omega_0^2 h)}$$



Ejemplo 2

- Dos hermanos de igual **masa** m juegan en una **superficie con hielo**. Uno de ellos se encuentra **fijo en el suelo** por medio de zapatos con clavos, mientras que el segundo se sienta en una **plataforma de masa despreciable**, que puede deslizar sobre el hielo. El hermano fijo tira del hermano deslizante, mediante una **cuerda ideal** de **largo** L desde una **altura** h, de tal forma que el hermano en la plataforma describe un círculo girando con **velocidad angular constante** ω_0.
  - Determine cada **normal** con que el hielo sostiene a cada hermano.

Nos falta la normal del hermano clavado en el piso.

Si bien los clavos ejercen una fuerza horizontal, sólo nos interesa la ecuación de movimiento en *y*:

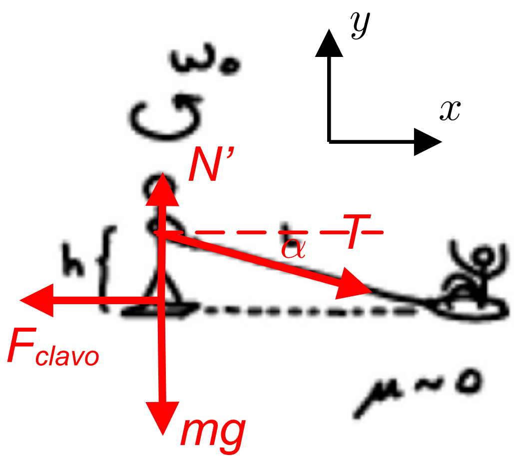
$$N' - T\sin\alpha - mg = 0$$

Remplazando la tensión y usando que $\sin\alpha = h/L$:

$$N' - mL\omega_0^2\frac{h}{L} - mg = 0$$

Obtenemos:

$$\longrightarrow \boxed{N' = m(g + \omega_0^2 h)}$$



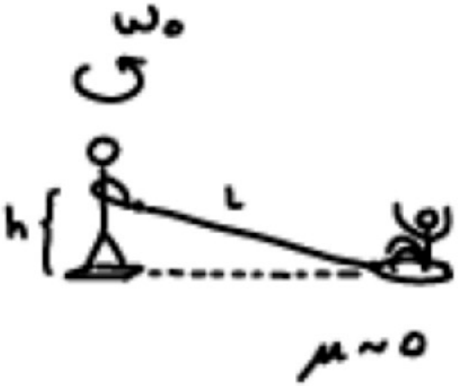
Ejemplo 2

- Dos hermanos de igual **masa** m juegan en una **superficie con hielo**. Uno de ellos se encuentra **fijo en el suelo** por medio de zapatos con clavos, mientras que el segundo se sienta en una **plataforma de masa despreciable**, que puede deslizar sobre el hielo. El hermano fijo tira del hermano deslizante, mediante una **cuerda ideal** de **largo** L desde una **altura** h, de tal forma que el hermano en la plataforma describe un círculo girando con **velocidad angular constante** ω_0.
    - Determine el **valor** de ω_0 para que el hermano que gira **despegue del piso**.

El hermano se **despega** del piso cuando su **normal se hace cero**. Esto es porque **la normal es una fuerza de contacto**, y al despegarse se pierde este contacto.

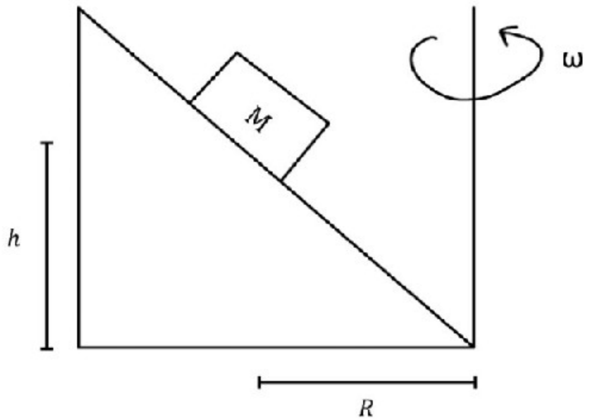
Entonces:

$$N = m(g - \omega_0^2 h) = 0 \quad \longrightarrow \quad \boxed{\omega_0 = \sqrt{g/h}}$$



Ejemplo 3

- Un bloque de **masa** M se encuentra sobre un plano inclinado. El plano inclinado está **girando** con respecto a un eje con **velocidad angular constante** ω. ¿Cuál es el valor de la velocidad angular para que:
  - el bloque se mantenga en **equilibrio** si **no hay roce** entre el bloque y el plano?
  - el bloque se mantenga en **equilibrio** si **hay roce** entre el bloque y el plano? Asuma un coeficiente de **roce estático** μ.



Ejemplo 3

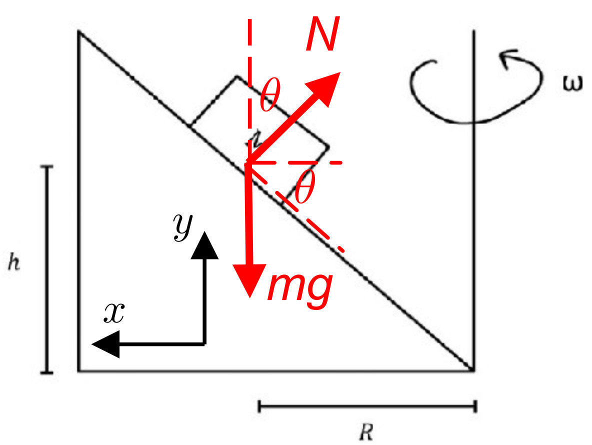
- Un bloque de **masa** M se encuentra sobre un plano inclinado. El plano inclinado está **girando** con respecto a un eje con **velocidad angular constante** ω. ¿Cuál es el valor de la velocidad angular para que:
  - el bloque se mantenga en **equilibrio** si **no hay roce** entre el bloque y el plano?

Las ecuaciones de movimiento:

$$\hat{x}: \quad -N\sin\theta = -ma_c$$

$$\hat{y}: \quad N\cos\theta - mg = 0$$

equilibrio



La aceleración centrípeta es:

$$a_c = R\omega^2$$

Primero despejamos la normal de la ecuacion en *y*:

$$N = \frac{mg}{\cos\theta}$$

Ahora remplazamos la normal en la ecuación en *x*:

$$\frac{mg}{\cos\theta}\sin\theta = mR\omega^2 \quad \longrightarrow \quad \omega^2 = \frac{g}{R}\tan\theta$$

Finalmente, al utilizar que $\tan\theta = h/R$:

$$\longrightarrow \boxed{\omega = \sqrt{\frac{gh}{R^2}}}$$

Ejemplo 3

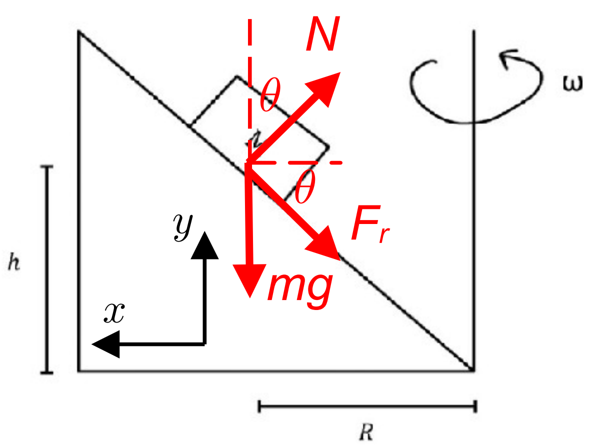
- Un bloque de **masa** M se encuentra sobre un plano inclinado. El plano inclinado está **girando** con respecto a un eje con **velocidad angular constante** ω. ¿Cuál es el valor de la velocidad angular para que:
  - el bloque se mantenga en **equilibrio** si **hay roce** entre el bloque y el plano? Asuma un coeficiente de **roce estático** μ.

Las ecuaciones de movimiento:

$$\hat{x}: \quad -N\sin\theta - F_r\cos\theta = -ma_c$$

$$\hat{y}: \quad N\cos\theta - F_r\sin\theta - mg = 0$$

equilibrio



La aceleración centrípeta es:

$$a_c = R\omega^2$$

Primero despejamos la normal de la ecuacion en *y*:

$$N = \frac{mg}{\cos\theta} + F_r\tan\theta$$

Por otra parte, de la ecuación en *x*:

$$F_r = \frac{mR\omega^2}{\cos\theta} - N\tan\theta$$

Remplazando la normal:

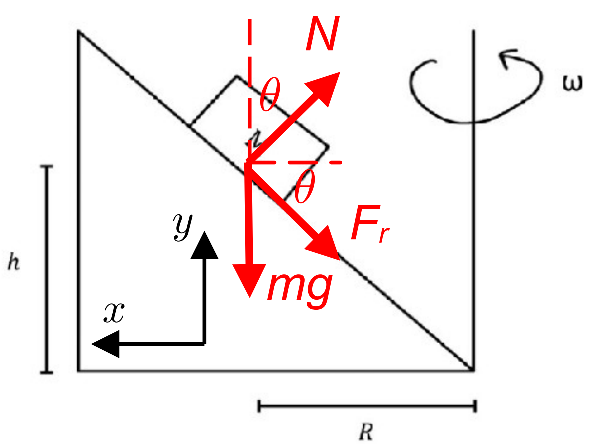
$$F_r = \frac{mR\omega^2}{\cos\theta} - \left(\frac{mg}{\cos\theta} + F_r\tan\theta\right)\tan\theta$$

Ejemplo 3

- Un bloque de **masa** M se encuentra sobre un plano inclinado. El plano inclinado está **girando** con respecto a un eje con **velocidad angular constante** ω. ¿Cuál es el valor de la velocidad angular para que:
  - el bloque se mantenga en **equilibrio** si **hay roce** entre el bloque y el plano? Asuma un coeficiente de **roce estático** μ.

Intentamos despejar la fuerza de roce:

$$F_r\underbrace{(1+\tan^2\theta)}_{1+\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}=\frac{\cos^2\theta+\sin^2\theta}{\cos^2\theta}=\frac{1}{\cos^2\theta}} = \frac{mR\omega^2}{\cos\theta} - \frac{mg}{\cos\theta}\tan\theta$$



Obtenemos:

$$\frac{F_r}{\cos^2\theta} = \frac{mR\omega^2}{\cos\theta} - \frac{mg}{\cos\theta}\tan\theta$$

$$\longrightarrow \qquad F_r = mR\omega^2\cos\theta - mg\sin\theta$$

Ejemplo 3

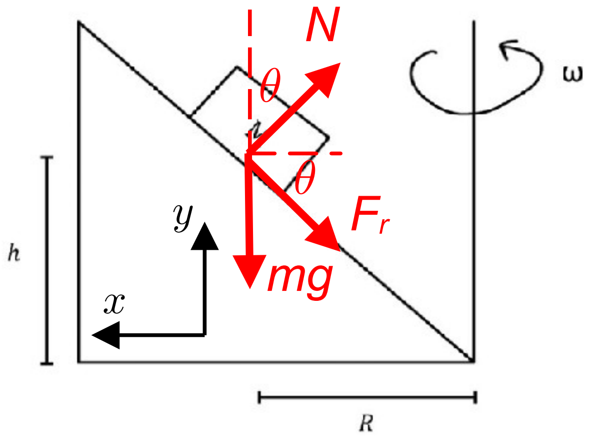
- Un bloque de **masa** M se encuentra sobre un plano inclinado. El plano inclinado está **girando** con respecto a un eje con **velocidad angular constante** ω. ¿Cuál es el valor de la velocidad angular para que:
  - el bloque se mantenga en **equilibrio** si **hay roce** entre el bloque y el plano? Asuma un coeficiente de **roce estático** μ.

El siguiente paso es imponer:

$$F_r \leq \mu N$$

Ya tenemos una expresión para la fuerza de roce. Nos falta la normal:

$$\begin{aligned} N &= \frac{mg}{\cos\theta} + F_r \tan\theta \\ &= \frac{mg}{\cos\theta} + \left(mR\omega^2 \sin\theta - mg\frac{\sin^2\theta}{\cos\theta} \right) \\ &= \frac{mg}{\cos\theta} \underbrace{(1 - \sin^2\theta)}_{\cos^2\theta} + mR\omega^2 \sin\theta = mg\cos\theta + mR\omega^2 \sin\theta \end{aligned}$$



Ejemplo 3

- Un bloque de **masa** M se encuentra sobre un plano inclinado. El plano inclinado está **girando** con respecto a un eje con **velocidad angular constante** ω. ¿Cuál es el valor de la velocidad angular para que:
  - el bloque se mantenga en **equilibrio** si **hay roce** entre el bloque y el plano? Asuma un coeficiente de **roce estático** μ.

Ahora sí imponemos la condición:

$$F_r \leq \mu N$$

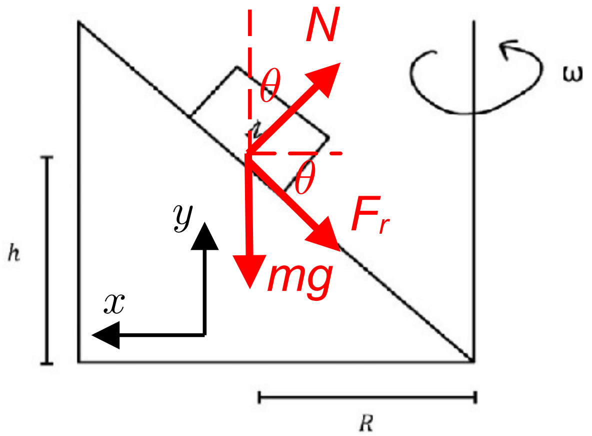
Obtenemos:

$$mR\omega^2 \cos\theta - mg\sin\theta \leq \mu(mg\cos\theta + mR\omega^2 \sin\theta)$$

Aislamos el término con ω y cancelamos las masas:

$$R\omega^2(\cos\theta - \mu\sin\theta) \leq g(\sin\theta + \mu\cos\theta)$$

$$\longrightarrow \quad \omega^2 \leq \frac{g}{R}\frac{\sin\theta + \mu\cos\theta}{\cos\theta - \mu\sin\theta}$$



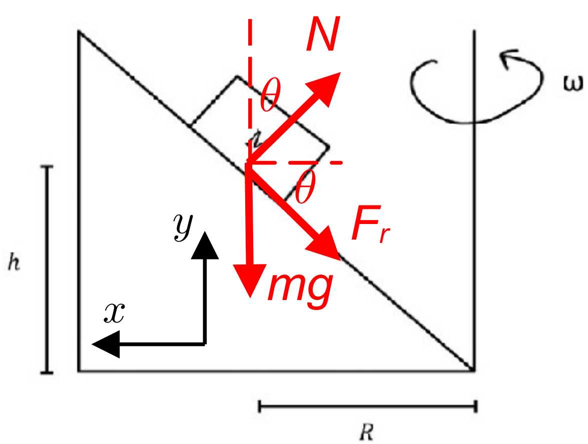
Ejemplo 3

- Un bloque de **masa** M se encuentra sobre un plano inclinado. El plano inclinado está **girando** con respecto a un eje con **velocidad angular constante** ω. ¿Cuál es el valor de la velocidad angular para que:
  - el bloque se mantenga en **equilibrio** si **hay roce** entre el bloque y el plano? Asuma un coeficiente de **roce estático** μ.

El último paso consiste en despejar el ángulo. Utilizamos que:

$$\sin\theta = \frac{h}{\sqrt{h^2+R^2}}, \qquad \cos\theta = \frac{R}{\sqrt{h^2+R^2}}$$

Finalmente se obtiene:



$$\longrightarrow \quad \boxed{\omega \leq \sqrt{\frac{g}{R}\frac{h+\mu R}{R-\mu h}}}$$